

# 带初始禀赋的公共资源分配机制优化研究: 基于移植骨髓捐赠的有效性分析

王 湛, 韩袞鑫

**[摘要]** 带初始禀赋的公共资源分配问题中,机制设计者需要通过分配机制实现这些稀缺资源的有效分配。现行常用的序列优先机制存在有效性不足的问题,而且由于外部性或社会伦理等问题,通常在实践中不能借助货币对其重新配置,这就需要引入物物交换机制来优化序列优先机制的效率。本文分析了在肾脏移植匹配和租房交换市场中设计的首位交易循环—链机制,发现两者之间存在着细微的差别。由于不要求参与者退回初始禀赋,在肾脏移植匹配中使用的首位交易循环—链机制对序列优先机制的优化具备可行性,但并不怕累托有效。为进一步定量分析该机制的有效性,本文对其在骨髓移植捐赠匹配中的优化效率做了计算机仿真模拟,结果发现相对于现行的序列优先机制,首位交易循环—链机制能够大幅度提高匹配效率,同时也能够将1年生存率提高30%左右。本文还对仿真模拟中的四个参数,即患者数量、相关供者比例、无关供者数量以及错配容忍度做了敏感性分析,发现序列优先机制对四个参数都比较敏感,而交易循环—链机制对无关供者数量变化不敏感但对其他三个参数较敏感。

**[关键词]** 骨髓移植; 公共资源分配; 首位交易循环—链; 序列优先机制

**[中图分类号]**F016 **[文献标识码]**A **[文章编号]**1006-480X(2019)04-0174-19

## 一、引言与文献综述

经济学上所谓的“公共资源”(Common Resource)通常需要同时满足以下两个条件:一是不为任何个人或组织所拥有;二是可以为一部分社会成员自由利用。正是这两个条件决定了公共资源具备“竞争性”的特点,但不具备“排他性”的特征。公共资源主要分为自然资源和社会资源两类。自然资源包括农业资源、森林资源、国土资源、水资源以及生物资源等。通常情况下除非关系到国家安全,大多数自然资源的使用权分配一般是通过货币实现的,例如拍卖或者承包等方式。而社会资源包括公共教育资源、公共卫生资源、公共交通资源等。在社会资源的分配中,通常存在政府补贴,因此,再利用货币分配社会资源变得不可行。进一步地,社会资源也分为两类:可分割和不可分割。可分割的社会资源包括医院门诊、公共交通等,一般不会限制使用人数,但随着使用人数的增加,每一位使用者的效用都会下降。不可分割的社会资源包括公立学校的学位、公租房、医院病床、养老院房屋等。

**[收稿日期]** 2018-09-20

**[作者简介]** 王湛,西南财经大学经济学院讲师,经济学博士;韩袞鑫,西南财经大学经济学院博士研究生。通讯作者:王湛,电子邮箱:wangzhan@swufe.edu.cn。感谢美国新泽西州立大学 Jinpeng Ma 教授的指导和宝贵意见。感谢编辑部和审稿人的有益建议,当然文责自负。

除此之外,还有一类器官移植捐赠分配问题,虽然器官属于社会捐赠,但供体库的管理实际上是由政府部门执行,并向所有患者提供匹配,因而可以将其纳入公共资源的范畴,同时器官具有不可分割性<sup>①</sup>,所以本文也将其归于不可分割的社会资源。这些公共资源通常十分稀缺,所以在分配时尤其需要关注其有效性,选择合适的分配机制至关重要。

实践中,不可分割的公共资源分配主要使用摇号机制和序列优先(Serial Dictatorship, 后文简称SD)机制。SD机制也被称为“队列分配”、“顺序机制”,通俗地被称为“先来先得”,大多运用于具有竞争性但没有初始禀赋的分配问题中。例如,美国橄榄球、篮球和其他职业体育中使用的选秀系统,球队在没有球员积极参与的情况下挑选新球员,挑选新球员的第一支球队是上一赛季输赢记录最差的球队,第二支球队的战绩继续保持不变,依此类推(Brams and Straffin, 1979)。后来该机制也被运用在学校选择等领域,例如 Sönmez and Switzer(2013)提到,美国军事学院根据学业成绩、体能测试成绩和军事表现的加权平均数确定其学员的严格优先级排序,然后使用SD机制以此排名作为挑选序列,将学员分配到不同的专业部门。作为最早系统研究SD机制的学者, Svensson(1994)认为,在无初始禀赋的公共资源分配问题中,SD机制的优势在于其分配是帕累托有效的。关于SD机制的特征, Svensson(1999)证明它是防策略、非专横且中性的。Ergin(2000)则证明了它是弱帕累托有效、两两一致和两两中性的。

从文献中可以看到,SD机制在没有初始禀赋的公共资源分配问题中是有效的,但面对带初始禀赋的公共资源分配问题,它的有效性就会消失,如下面这个在养老院房屋分配问题中的例子:假设有两位老人 $P_1$ 和 $P_2$ ,各自的自有住房分别为 $DP_1$ 和 $DP_2$ ,另外还有一个公共的养老院房屋 $D_1$ 。 $P_1$ 和 $P_2$ 的偏好分别为 $DP_2 >_1 D_1 >_1 DP_1$ 和 $D_1 >_2 DP_2 >_2 DP_1$ 。假设老人轮候序列为 $P_1, P_2$ ,分配结果为 $[(P_1, D_1); (P_2, DP_2)]$ ,即 $P_1$ 得到养老院房屋 $D_1$ ,而 $P_2$ 保留自有住房 $DP_2$ 。显然这个分配并不是帕累托有效的,因为两位老人可以通过交换变得更好。

引入市场,通过交换对资源进行重新配置一般被认为是更为有效的资源分配手段,但对于这一类公共资源分配的问题,引入货币通常不可行。例如公租房、公立学校学位以及公立养老院房屋等公共资源,分配中存在政府补贴,价格低于市场均衡,如果利用货币进行再分配,会让价格回到市场均衡,导致政府补贴失效。而政府补贴本身是为了解决公共资源分配中的外部性问题而推出的,政府补贴失效会从另一个方面使得分配效率降低。另外,例如肾脏、骨髓等器官移植等问题,如果使用货币分配方式容易引发一系列社会伦理问题(例如器官买卖等伦理道德和犯罪等问题),所以世界上绝大多数国家都严格禁止器官买卖,利用货币重新配置捐赠器官也不可行。因此,一些不借助货币的交换机制为本文的研究提供了思路。

在肾脏移植捐赠领域,各国的肾脏移植供者尤其是活体肾脏供者也非常短缺。虽然现代医学已经证明,只保留一个肾脏对于健康没有太大影响,但由于人们的传统观念以及移植手术的风险,几乎没有人愿意捐赠自己的一个肾脏给一位与自己无关的患者。同时,很多捐赠者在自己的亲人需要肾脏时会愿意提供捐赠,但很多时候这部分患者与供者的血型又不能匹配,所以 Rapaport (1986)提出了一种交换机制,帮助肾脏移植的患者通过互相交换供者以得到与自己能够匹配的器官。20世纪90年代韩国和荷兰开始建立肾脏移植的捐赠交换项目,据统计,这两个国家的肾脏活体移植

① 虽然骨髓移植所用的造血干细胞在供者体内存在很多,理论上可以提供给多个病人,但在现今的医学实践中,一个供者在很长一段时间内只能进行一次移植手术,而一次手术所能提供的造血干细胞数量最多只能供一位病人使用(甚至很多时候还不足以满足一次移植所需要的量)。因此,本文认为骨髓移植的供体属于不可分割的资源。

的数量提高了至少 1/10(Park et al., 2004)。而美国在对肾脏交换项目进行评估后认为, 施行该项目每年能够增加肾脏活体移植 9000 例(Abecassis et al., 2000)。但这些交换项目在设计时并没有考虑交换市场的出清, 以及参与交换的捐赠者的激励等问题。为解决这些问题, Roth et al.(2004, 2005, 2007)把首位交易循环—链(Top Trading Cycle and Chain, 后文简称 TTCC)<sup>①</sup>机制应用于肾脏移植捐赠的机制设计中。他们把 Abdulkadiroğlu and Sönmez(1999)提出的 TTCC 机制应用到肾脏移植交换中。TTCC 机制是 Shapley and Scarf(1974)在研究房屋交易市场时设计的著名的首位交易循环(Top Trading Cycles, 后文简称 TTC)机制的一种推广, 在原有的交易循环的基础上, 把已经承租房屋的租客与交易循环相连, 形成了一些非闭合的交易链。在严格偏好假设下, TTCC 机制与 TTC 机制具有许多相同的性质, 例如 Roth and Postlewaite(1977)证明了 TTC 机制能够得到严格核(Strict Core)中的唯一分配; 而 Ma(1994)证明了 TTC 机制是唯一能够同时满足个体理性(Individual Rationality)、帕累托最优(Pareto Optimal)和策略防护(Strategy-Proofness)的算法。

需要注意的是, Roth et al.(2004)与 Abdulkadiroğlu and Sönmez(1999)设计的机制略微不同, 在模型中将病人分为了两个集合, 有初始禀赋的病人集合和无初始禀赋的病人集合, 并做了一个限制性假设, 对无关供体的优先权只会给予无禀赋的病人, 但无禀赋病人可以用它去交换其他病人的初始禀赋。这个假设保证了通过序列得到优先权的病人不需要将自己的初始禀赋交换回公共资源, 而这恰恰是 Abdulkadiroğlu and Sönmez(1999)机制中所要求的。这个假设在实践中能够规避两个问题: 一是器官移植匹配问题与大多数存在初始禀赋的社会资源分配问题不同, 这些初始禀赋本身不是公共资源, 所以要求退回初始禀赋并不合理; 二是由于肾脏移植中捐赠器官存在时效性, 并不能等待太长时间, 而该病人的初始禀赋在交换链中并没有其他病人匹配, 所以这个供体需要重新寻找匹配链, 而该病人的匹配链已经完成, 可以进行移植手术, 等手术结束后, 有可能因为道德风险拒绝捐赠。因此, 本文中对 Abdulkadiroğlu and Sönmez(1999)设计的 TTCC 机制和 Roth et al.(2004)在肾脏移植匹配领域设计的 TTCC 进行了区分, 主要以交换出优先权的病人是否退回初始禀赋作为区分条件, 令要求退回初始禀赋的机制为 TTCC-h, 而不要求退回初始禀赋的机制为 TTCC-k。

本文在定量分析部分, 将要借助社会捐赠骨髓的分配问题来探讨 TTCC-k 对 SD 机制的优化效率。骨髓移植又被称为造血干细胞移植, 是除化疗、放疗、细胞免疫治疗等方法以外治疗恶性血液病的主要疗法。当今骨髓移植已经在全球范围得到普遍应用, 成为治疗 70 余种先天性或获得性恶性造血系统疾病的常规治疗方法。根据世界血液和骨髓移植网络(WBMT)统计, 截至 2013 年, 全球累计移植患者达 100 万例, 其中 47% 为异基因骨髓移植, 53% 为自体骨髓移植。人为移植骨髓必须克服人体免疫系统的天然屏障, 这就涉及组织相容性配型的棘手问题。人类白细胞抗原(HLA)是人类主要组织相容性抗原。在骨髓移植中, 受者免疫系统识别移植物 HLA 为外来入侵物而产生排斥反应; 而移植的骨髓将受者 HLA 识别为“非己”而进行攻击, 产生移植物抗宿主病, 选择与受者 HLA 匹配的供者可以降低排斥反应和移植物抗宿主病。HLA 遗传区位于第 6 号染色体短臂上, 约含 360 万个碱基对(bp), 占人体基因组 DNA 的 0.1% 左右。HLA 遗传区分为 3 类、53 个位点, 迄今检测出 1 万多个等位基因。在骨髓移植中, 受者与供者等位基因相同的位点数越多, 发生排斥反应和移植物抗宿主的概率以及严重程度越低, 相应的生存率则越高(Lee et al., 2007)。表 1 显示中华骨髓库跟踪的不同相合程度的骨髓移植患者 100 天和 1 年生存率, 也验证了这个理论。

近年来, 为提高非全相合供体骨髓移植的生存率, 许多学者进行了大量的研究。随着大量的异源基因造血干细胞临床实践, 学者们逐渐发现了其造成病人接受供体细胞后发生的许多特异性免

<sup>①</sup> Abdulkadiroğlu and Sönmez(1999)沿用了 TTC 机制的称谓, 直到 Roth et al.(2004)才将其命名为 TTCC 机制。

表 1 2006—2015 年以受捐者 HLA 高分辨分型结果匹配

| 受者 HLA 相合情况   | 样本数量(个) | 术后 100 天生存率(%) | 术后 1 年生存率(%) |
|---------------|---------|----------------|--------------|
| 全相合(10/10)    | 1963    | 87             | 74           |
| 一个位点不相合(9/10) | 1276    | 84             | 72           |
| 两个位点不相合(8/10) | 490     | 83             | 69           |
| 三个位点不相合(7/10) | 95      | 82             | 64           |
| 四个位点不相合(6/10) | 11      | 77             | 62           |
| 五个位点不相合(5/10) | 4       | 0              | 0            |
| 总计            | 3839    | 85             | 72           |

资料来源:中华骨髓库 2016 年年报[EB/OL]. <http://www.cmdp.org.cn/show/1037327.html>, 2016.

疫并发症的机制。Zeiser and Blazar(2017)发现异源基因造血干细胞移植与延迟免疫恢复相关,这就解释了为什么异源基因造血干细胞接受者更容易感染和产生移植物抗宿主病——来自于供体的免疫细胞攻击病人组织和器官。为了减少移植物抗宿主病的危险, Kolb et al.(1995)发现移植手术后在输注介导 GVHD 的相同供体血液单核细胞,也就是所谓的供体——淋巴细胞输注(DLIs),可以控制异源基因造血干细胞的受者 GVHD 的复发。

骨髓移植的匹配方式与 TTCC-k 机制所主要实践的肾脏移植器官配型有很多相似之处,但骨髓移植的匹配方式更加复杂。其差异性主要体现在三个方面:①匹配结果不同。在肾脏移植模型中,匹配只存在相合与不相合两种情况,如果匹配结果相合则可以移植,反之则不能移植。但在 HLA 模型中,匹配情况主要由等位基因相同的个数来决定,当等位基因相同的个数大于最大错配容忍度(中国是 5/10)时,理论上都认为是可以匹配的,只是等位基因相同的个数越多,引起排异反应和移植物抗宿主病的概率越小,移植的成功率和生存率越高,理论上匹配效果越好。②道德风险不同。在肾脏移植模型中,为防止有患者在移植后拒绝执行相关供者手术,肾脏移植要求所有的手术必须同步进行,而移植器官在体外保存时间很短,所以实践中通常对交换循环—链的长度有限制(Cheng and Yang, 2017)。在骨髓移植中类似的道德风险相对较低,骨髓或者脐血样本能够在特定环境中保存相对较长的时间,可以让相关供者先全部手术,之后再为每一位患者进行移植,从而避免肾脏移植中的道德风险,因此,也就不需要对 HLA 模型中的交换循环—链的长度进行限制。③轮候的重要性不同。与肾脏移植匹配中无关供体极其稀缺的情况不同,骨髓库中存在大量的无关供体。骨髓移植匹配度低的主要原因在于基因的多样性导致的相合供体的概率小,排序先后对其寻找到合适的供体存在影响,不过影响非常小。因此,本文虽然引入了轮候序列,但并没有深入讨论其中合理嫉妒的性质。

在骨髓移植匹配问题中由于存在一部分捐赠者只愿意捐赠给某一位患者(亲属或朋友)的情形,本文将这一部分捐赠者视为对应患者的初始禀赋。虽然在骨髓移植匹配问题中存在初始禀赋,各国实践中也基本采用 SD 机制,在匹配过程中患者们根据外生序列依序在无关供者集合以及只愿意捐赠给自己的相关供者中选择与自己匹配度最高的供体,如果选择的是无关供者,暂时没有哪个国家的骨髓匹配机构会要求该患者的相关供者将自己的骨髓捐献给其他人。因此,本文主要讨论的是在带初始禀赋的公共资源分配模型框架下 TTCC-k 机制与 TTCC-h 机制对 SD 机制的优化问题。本文定义了机制的帕累托有效,并以此对三种机制进行了有效性定性分析,发现 SD 机制和 TTCC-k 机制都不满足帕累托有效,而 TTCC-h 机制是有效的。然后定义了机制优化的“激励相容”,来讨论

两种 TTCC 机制优化的可行性。Roth et al.(2004)分析过 TTCC-h 与 TTCC-k“机制的激励相容”, 通过讨论在机制运行过程中参与者的策略性行为是否契合机制的要求来评价机制是否激励相容, 而本文着重讨论的是机制优化的激励相容问题。作为一项政策, 机制优化应该要考虑参与者意愿。虽然机制优化提高了参与者的效用, 甚至是一个帕累托改进, 但在策略性博弈中, 有些参与者会觉得原机制更好。本文定义, 在优化机制与原机制同时存在、参与者有自由权利选择加入的并行机制中, 加入优化机制是一个占优策略, 那么该机制优化是激励相容的, 具备可行性, 反之则不具备。由此证明, SD 和 TTCC-k 并行机制中, 选择 TTCC-k 是一个占优策略, 而 SD 和 TTCC-h 并行机制并不一定存在占优策略。因此, 考虑到机制优化的可行性, TTCC-k 机制是一个更好的选择。

作为一个可行的机制, TTCC-k 机制不满足帕累托有效, 为了验证它对 SD 机制的效率优化, 本文利用中国人 HLA 单倍体基因频率对它的优化效率进行了定量分析。在 10000 人样本条件下, TTCC-k 机制能够将总匹配概率从现行 SD 机制的 56.5% 提高到 99.3%, 尤其高匹配度的匹配率更是提高了 4 倍左右。在生存率方面, TTCC-k 相对于现今的 SD 机制能够在 100 天生存率和 1 年生存率上分别提高 37% 和 30%。虽然在定性分析中它不满足帕累托有效, 但具备可行性的它在骨髓移植分配中能够大幅度提高匹配效率, 所以本文认为 TTCC-k 对于现今 SD 机制的优化在骨髓捐赠匹配中是既可行也有效的。这个结论同样也可以推广到其他很多带初始禀赋的公共资源分配问题。

本文其他部分安排如下: 第二部分在带初始禀赋的公共资源分配模型框架下定性分析 SD、TTCC-h 和 TTCC-k 机制的有效性; 第三部分讨论机制优化的激励相容问题, 设计了优化机制与原机制并行机制, 并讨论并行机制下的参与者均衡; 第四部分针对骨髓移植 HLA 匹配问题, 利用中国人单倍体 HLA 基因库数据, 定量分析了 TTCC-k 机制对 SD 机制的效率优化程度, 并对模拟的参数进行了敏感性分析。

## 二、带初始禀赋的公共资源分配模型及三种分配机制

### 1. 分配模型

为方便定性分析, 建立一个带初始禀赋的公共资源分配模型: 有限的参与者和有限的物品, 具有不可分割性, 同时有些物品是参与者初始禀赋, 而另一些则是公共物品, 每一位参与者最多拥有一个初始物品, 也最多需要一个物品。令  $P=\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  为参与者集合, 对应的初始禀赋记为  $DP=\{DP_1, DP_2, \dots, DP_N\}$ 。如果参与者  $P_i$  没有初始禀赋, 物品  $DP_i$  是“空值”, 即假设所有参与者对“空值”物品  $DP_i$  的偏好是最低的。令公共资源集合为  $D=\{D_1, D_2, \dots, D_m\}$ 。参与者  $P_i$  的偏好  $\succsim_i$  是一个定义在组合  $DP \cup D$  上的序列<sup>①</sup>,  $DP_k \succ_i D_l$  代表  $P_i$  相对于  $D_l$  严格偏好  $DP_k$ ; 相应地,  $DP_k \succsim_i D_l$  代表  $P_i$  相对于  $D_l$  弱偏好  $DP_k$ ;  $DP_k \sim_i D_l$  代表  $P_i$  对  $D_l$  与  $DP_k$  的偏好无差异。  $\succsim = \{\succsim_1, \succsim_2, \dots, \succsim_N\}$  为所有参与者偏好组合。令参与者  $P_i$  偏好集合为  $\Omega_i, \succsim_i \in \Omega_i$ ; 相应偏好集合组合为  $\Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N$ 。综上, 定义一个四位元组  $(P, DP, D, \succsim)$  为一个带有初始禀赋的公共资源分配问题, 其中,  $\succsim \in \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N$ 。

一个带初始禀赋的公共资源分配问题的结果为分配  $x: P \rightarrow DP \cup D$ , 为集合  $P$  到集合  $DP \cup D$  的一个映射。其中,  $x(i) \subseteq DP \cup D$ <sup>②</sup>, 代表参与者  $P_i$  在分配  $x$  中得到的物品。一个分配  $x$ , 如果满足: ①对任意物品  $D_l \in DP \cup D, |\{x(i) | x(i)=D_l\}| \leq 1$ , 即每一个物品至多只能分配给一位参与者; ②对任意参与者  $P_i \in P, |x(i)| \leq 1$ , 即一位参与者至多只能被分配一个物品, 那么, 就称分配  $x$  为一个可行的分配。

① 该严格序列满足反身性、传递性和完备性。

② 为简化符号, 使用  $x(i)$  代替  $x(P_i)$ 。

本文用是否满足帕累托有效来判断分配的有效性,用是否总是能够得到帕累托有效分配来判断机制的有效性。

有效性定义:帕累托有效分配(Pareto Efficiency, PE)。给定问题 $(P, DP, D, \succsim)$ ,一个可行分配 $x$ 被称为帕累托有效分配,当且仅当不存在另一个可行分配 $x' \in X$ ,同时满足以下两个条件:①对任意参与者 $P_i \in P, x'(i) \succsim_i x(i)$ ;②对至少一位参与者 $P_{i^*} \in P, x'(i^*) \succ_{i^*} x(i^*)$ 。

## 2. 三种分配机制及其有效性

在SD与两种TTCC机制进行有效性判断之前,先对各自的运行过程进行梳理:

(1)SD机制:在给定的轮候顺序下,参与者依序选择物品。可供选择的物品包括公共物品中尚未被靠前的参与者选取的部分以及自己的初始禀赋。由于最多只能拥有一件物品,参与者选择了公共物品后,需要放弃自己的初始禀赋。需要特别注意的是,被参与者放弃的初始禀赋不能被其他参与者选取。

(2)TTCC-h机制:在给定的轮候顺序下,排序最靠前的参与者向尚未被移除系统的物品(包括公共物品和所有的初始禀赋)中偏好最高者申请交易。如果被申请交易物品为某参与者的初始禀赋,则继续由该参与者申请交易,以此类推,直到出现交易循环,终止交易,完成循环中所有交易申请并将循环中所有参与者和物品移除系统。如果被申请交易物品是未分配物品,则终止发起交易,并将本轮所有交易申请完成并移除本轮涉及所有参与者和物品。同时,在交换中未分配的初始禀赋交换回成为未分配公共资源,以供后续的参与者选择。重复上述过程,直到所有的参与者都被移除系统。

(3)TTCC-k机制:与TTCC-h机制的运行过程基本一致。两者的不同点在于,TTCC-k机制运行过程中,未分配的初始禀赋同时移除系统,不作为后续参与者的可选物品。

这里通过一个公立小学学位分配问题来比较三种机制的运行结果。假设有三个适龄儿童家庭 $P_1, P_2, P_3$ ,各自所拥有的学位记为 $DP_1, DP_2, DP_3$ ,但由于家庭搬迁等原因,他们都在申请转校,而他们的申请轮候顺序为 $P_1, P_2, P_3$ 。现有一个空余学位 $D_1$ 等待分配。三个家庭对学位的偏好如下: $DP_2 \succ_1 DP_1 \succ_1 D_1 \succ_1 DP_3, D_1 \succ_2 DP_2 \succ_2 DP_1 \succ_2 DP_3, D_1 \succ_3 DP_2 \succ_3 DP_1 \succ_3 DP_3$ 。①运行SD机制。首先家庭 $P_1$ 进行选择,只有两个选择,申请转校到空余学位 $D_1$ 或者放弃转校,保留学位 $DP_1$ ,根据偏好, $P_1$ 选择保留学位。接下来,由家庭 $P_2$ 进行选择,其选择同样有两个:申请转校到空余学位 $D_1$ 或者放弃转校,保留学位 $DP_2$ ,根据偏好, $P_2$ 选择转校到空余学位 $D_1$ ;最后由家庭 $P_3$ 选择,只能选择保留原有的学位 $DP_3$ 。那么,根据SD机制得到的最终分配为 $x^{SD} = [(P_1, DP_1), (P_2, D_1), (P_3, DP_3)]$ 。②运行TTCC-h机制。首先家庭 $P_1$ 向偏好最高的学位 $DP_2$ 的拥有者 $P_2$ 申请交易,接着由 $P_2$ 选择保留学位或是与 $P_1$ 交换得到轮候优先权,依据其偏好选择交换,并转校得到空余学位 $D_1$ 交易终止。完成交易, $P_1$ 转校获得学位 $DP_2$ ,而 $P_2$ 获得空余学位 $D_1$ ,并将 $P_1, P_2, DP_2, D_1$ 移除系统,而 $DP_1$ 将成为新的空余学位。接下来,再由剩下的最靠前的家庭 $P_3$ 选择,依据偏好,选择转校到新的空余学位 $DP_1$ ,交易终止。由此得到最终分配 $x^h = [(P_1, DP_2), (P_2, D_1), (P_3, DP_1)]$ 。③运行TTCC-k机制。首先家庭 $P_1$ 向偏好最高的学位 $DP_2$ 的拥有者 $P_2$ 申请交易,接着由 $P_2$ 选择保留学位或是与 $P_1$ 交换得到轮候优先权,依据其偏好选择交换,并转校得到空余学位 $D_1$ 交易终止。完成交易, $P_1$ 转校获得学位 $DP_2$ ,而 $P_2$ 获得空余学位 $D_1$ ,并将 $P_1, P_2, DP_2, D_1, DP_1$ 移除系统。接下来再由剩下的最靠前的家庭 $P_3$ 开始,由于没有空余学位,所以只能保留 $DP_3$ 。得到的最终分配 $x^k = [(P_1, DP_2), (P_2, D_1), (P_3, DP_3)]$ 。

从这个公立学校学位分配的例子可以看出,TTCC-k机制不是帕累托有效的。TTCC-k机制得到

的最终分配  $x^k = [(P_1, DP_2), (P_2, D_1), (P_3, DP_3)]$ , 在不改变  $P_1, P_2$  前提下可以给予  $P_3$  一个更好的分配  $DP_1$  以实现帕累托改进,  $x' = [(P_1, DP_2), (P_2, D_1), (P_3, DP_1)]$ 。同理, SD 机制也不是帕累托有效的。而关于 TTCC-h 机制的有效性, Abdulkadiroğlu and Sönmez (1999) 已经证明它是满足帕累托有效的。综上, 三种机制的有效性定性结论如表 2 所示:

| 机制     | 有效性(帕累托有效) |
|--------|------------|
| SD     | 不满足        |
| TTCC-k | 不满足        |
| TTCC-h | 满足         |

### 三、机制优化的可行性与激励相容

如果机制优化是激励相容的, 那么, 参与者在任何时候都会认为优化机制更好。将原机制与优化机制同时运行, 参与者都能够选择优化机制, 那么, 将参与者放在一个策略性博弈中, 选择优化机制将会是一个占优策略, 本文将这样的机制优化定义为激励相容的, 或者称该机制优化具有可行性。由于两种交换机制应用环境不同, 所以本文分别假设并行机制运行如下: ①SD、TTCC-h 并行机制: 参与者可以自由选择参与 TTCC-h 机制或保持 SD 机制, 如果选择不参与 TTCC-h, 则该参与者按照 SD 机制依序选择物品, 交换循环和交换链只在选择参与 TTCC-h 机制的参与者及其初始禀赋中进行。如果在分配过程中, 参与者禀赋未得到分配, 则需要将禀赋退回成为公共资源供后续参与者匹配。②SD、TTCC-k 并行机制: 参与者可以自由选择参与 TTCC-k 机制或保持 SD 机制, 如果选择不参与 TTCC-k 机制, 则该参与者还是按照 SD 机制依序选择物品, 交换循环和交换链只在选择参与 TTCC-k 机制的参与者及其初始禀赋中进行。在这个并行机制中, 如果有参与者的初始禀赋没有得到匹配, 将直接被移除系统, 不需要捐出供后续参与者选择。

下面的例子展示了骨髓移植捐赠中的患者们在并行机制中的策略性行为。令患者集合  $P = \{P_1, P_2, P_3\}$ , 对应相关供者集合为  $DP = \{DP_1, DP_2, DP_3\}$ , 而骨髓库  $D = \{D_1\}$ 。病人的偏好如下:  $DP_2 >_1 DP_3 >_1 DP_1 >_1 D_1, DP_1 >_2 D_1 >_2 DP_2 >_2 DP_3, DP_2 >_3 DP_1 >_3 D_1 >_3 DP_3$ 。首先讨论 SD、TTCC-h 并行机制的博弈支付。假设患者  $P_1$  和  $P_3$  选择加入 TTCC-h 机制, 而  $P_2$  选择不加入 TTCC-h 机制, 保留使用 SD 机制。运行并行机制, 首先由患者  $P_1$  选择, 由于  $P_2$  没有选择加入 TTCC-h 机制,  $P_1$  不能选择  $DP_2$  发起交换申请, 在剩下的供体中, 选择偏好最高的  $DP_3$ , 对应的患者  $P_3$  也不能选择偏好最高的  $DP_2$  发起交换申请, 在剩下的物品中, 选择偏好最高的  $DP_1$  完成匹配, 将  $P_1, P_3, DP_1$  与  $DP_3$  移除系统。接下来, 依照优先序列, 由患者  $P_2$  进行选择, 因为  $P_2$  没有加入 TTCC-h 机制, 所以  $P_2$  只能在骨髓库  $D_1$  与自己的相关供者  $DP_2$  中进行选择, 得到  $D_1$ , 然后将初始禀赋  $DP_2$  捐出成为公共资源。在这个例子中, 如果参与者  $P_1, P_3$  选择加入 TTCC-h 机制, 而  $P_2$  放弃加入 TTCC-h 机制, 并行机制得到的最终分配  $x = [(P_1, DP_3), (P_2, D_1), (P_3, DP_1)]$ 。如果三位参与者都选择加入 TTCC-h 机制, 将得到最终分配  $x^* = [(P_1, DP_2), (P_2, DP_1), (P_3, D_1)]$ 。类似地, SD、TTCC-k 并行机制的博弈支付如下: 同样假设参与者  $P_1, P_3$  选择加入 TTCC-k 机制, 而  $P_2$  选择不加入 TTCC-k 机制, 保留使用 SD 机制。运行并行机制, 与 SD、TTCC-h 并行机制类似将得到的最终分配  $x' = [(P_1, DP_3), (P_2, D_1), (P_3, DP_1)]$ 。如果三位参与者都选

择加入 TTCC-k 机制,将得到最终分配  $x^*=[(P_1, DP_2), (P_2, DP_1), (P_3, D_1)]$ 。

这个例子说明并行机制的运行结果与参与者策略密切相关,应当把它放入策略性博弈框架,寻找参与者可以自由选择参与 TTCC 机制或放弃加入 TTCC 机制时的策略均衡;给定一个初始禀赋的公共资源分配问题  $(P, DP, D, \geq)$ , 构造如下博弈:令博弈的参与者集合为  $P=\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ ,  $P_i$  的策略集  $\Delta=\{\delta_1, \delta_2\}$ , 其中  $\delta_1$ =参加 TTCC 机制,  $\delta_2$ =参加 SD 机制, 其中选择  $\delta_1$  表示参与者愿意将自己的初始禀赋与其他参与者进行交换, 选择  $\delta_2$  表示参与者不愿意将自己的初始禀赋与其他参与者交换, 但同时也只能依序在自己的初始禀赋和未分公共物品中进行选择; 一个策略组合由  $\delta=(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta^N) \in \Delta^N$  表示, 其中  $\delta^i \in \{\delta_1, \delta_2\}$ 。参与者  $P_i$  在策略组合  $\delta$  中得到的支付  $M_\delta(i)$  由并行机制结果中他得到物品表示, 所以对任意参与者  $P_i$ , 策略组合  $\delta, M_\delta \subset DP \cup D \cup \emptyset$ 。

定义: 纳什均衡(Nash Equilibrium, NE)。策略组合  $\delta^* \in \Delta^N$  是一个纳什均衡, 当且仅当对任意参与者  $P_i$ , 任意策略  $\delta^i \in \Delta^i, M_{\delta^*} \geq_i M_{(\delta^i, \delta^*)}$  总是成立, 纳什均衡策略组合  $\delta^*$  表示每一位参与者此时都做出了弱最优反应。

定义: 占优策略均衡(Dominant Strategy Equilibrium, DSE)。一个策略  $\delta^* \in \Delta$  是参与者  $P_i$  的一个弱占优策略, 当且仅当对任意策略组合  $\delta_{-i} \in \Delta^{N-1}, M_{(\delta_{-i}, \delta^*)}(i) \geq_i M_{(\delta_{-i}, \delta)}(i)$  总是成立, 而纳什均衡  $\delta^* \in \Delta^N$  是一个弱占优策略均衡, 当且仅当对任意参与者  $P_i, \delta^*$  都是弱占优策略。占优策略均衡策略组合  $\delta^*$  中每一位参与者的策略在任何时候都是其弱最优反应。

图 1 和图 2 给出了骨髓移植捐赠例子中的支付矩阵。为方便比较, 不失一般性, 假设患者得到偏好最高的供体时所得支付为 4, 第二高为 3, 以此类推, 第三高偏好和最低偏好供体分别为 2 和 1。

|       |        |                |           |
|-------|--------|----------------|-----------|
|       |        | $P_2$          |           |
|       |        | TTCC-h         | SD        |
| $P_1$ | TTCC-h | (4, 4, 2)      | (3, 3, 3) |
|       | SD     | (2, 3, 4)      | (2, 3, 4) |
|       |        | $P_3$ : TTCC-h |           |

|       |        |            |           |
|-------|--------|------------|-----------|
|       |        | $P_2$      |           |
|       |        | TTCC-h     | SD        |
| $P_1$ | TTCC-h | (4, 4, 2)  | (2, 3, 4) |
|       | SD     | (2, 3, 4)  | (3, 3, 4) |
|       |        | $P_3$ : SD |           |

图 1 骨髓移植捐赠例子中 TTCC-h 优化问题的支付矩阵

|       |        |                |           |
|-------|--------|----------------|-----------|
|       |        | $P_2$          |           |
|       |        | TTCC-k         | SD        |
| $P_1$ | TTCC-k | (4, 4, 2)      | (3, 3, 3) |
|       | SD     | (2, 3, 1)      | (2, 3, 1) |
|       |        | $P_3$ : TTCC-k |           |

|       |        |            |           |
|-------|--------|------------|-----------|
|       |        | $P_2$      |           |
|       |        | TTCC-k     | SD        |
| $P_1$ | TTCC-k | (4, 4, 2)  | (2, 3, 1) |
|       | SD     | (2, 3, 1)  | (2, 3, 1) |
|       |        | $P_3$ : SD |           |

图 2 骨髓移植捐赠例子中 TTCC-k 优化问题的支付矩阵

观察支付矩阵会发现, 所有参与者选择加入 TTCC-h 机制是一个纳什均衡策略组合, 但并不是一个占优策略均衡, 在这个例子中, 占优策略均衡不存在。很明显, TTCC-h 机制对 SD 机制优化不



满足激励相容。而所有参与者加入 TTCC-k 机制不仅是一个纳什均衡,也是占优策略均衡,从这个例子看,TTCC-k 优化问题是满足激励相容的。进一步地,如下定理 1 证明了该结论具有一般性。

定理 1: 在 SD、TTCC-k 机制优化问题中,所有参与者都选择加入 TTCC-k,即  $\delta^*=(\delta_1, \delta_1, \dots, \delta_1)$  为一个占优策略均衡。

证明: 令  $\delta$  为任意一个策略组合,  $P_i \in P$  为任意一位参与者,需要证明对任意策略组合  $\delta$ , 任意参与者  $P_i$ , 策略组合  $(\delta_{-i}, \delta_1) \succeq_i (\delta_{-i}, \delta_2)$ 。为简化符号,不妨令  $\delta^*=(\delta_{-i}, \delta_1)$ ,  $\delta'=(\delta_{-i}, \delta_2)$ ;  $\delta^*(i)=M_{\delta^*}(i)$ ,  $\delta'=M_{\delta'}(i)$ 。

在该并行机制中,交换循环或者交换链<sup>①</sup>存在先后顺序,因此,令在策略组合  $\delta^*$  下运行并行机制得到的交换循环和交换链依次为  $T^*=(T_1^*, T_2^*, \dots, T_{k^*}^*)$ , 而策略组合  $\delta'$  下运行并行机制得到的交换循环和交换链依次为  $T'=(T_1', T_2', \dots, T_{k'}')$ 。例如,例 3 中,如果策略组合为  $\delta^*=(\delta_1, \delta_1, \delta_1)$ , 则只存在唯一的交换链  $T_1^*=(P_1 \rightarrow DP_2 \rightarrow P_2 \rightarrow DP_3 \rightarrow P_3 \rightarrow D_1)$ ; 当策略组合为  $\delta'=(\delta_{-i}^*, \delta_2)$ , 那么,  $T_1'=(P_1 \rightarrow DP_1 \rightarrow P_1)$ ,  $T_2'=(P_2 \rightarrow D_1)$ ,  $T_3'=(P_3 \rightarrow DP_3)$ 。令参与者  $P_i$  分别处在交换循环或者交换链  $T_{k_i}^*$  和  $T_{k_i}'$  中,在骨髓移植的例子中,  $k_2^*=1, k_2'=2$ 。最后,令在交换循环或交换链  $T_i^*$  或  $T_i'$  发生前,剩余的公共物品(无关供者)集合分别为  $D_i^*$  或  $D_i'$ ,在上述骨髓移植分配的例子中,  $D_1^*=\{D_1\}, D_1'=\{D_1\}, D_2^*=\{D_1\}, D_3^*=\{\emptyset\}$ 。接下来只要证明  $D_i' \subseteq D_i^*$ ,如果参与者  $P_i$  在循环  $T'$  中可以选择的物品集合  $D_i'$  是其在循环(链)  $T_i^*$  可以选择的物品集合  $D_i^* \cup DP_{i^*}$  的子集,则  $P_i$  在策略组合  $\delta^*$  中得到的物品一定不会比策略组合  $\delta'$  中得到的差。证明逻辑主要分为两步:①伴随着匹配的过程,公共物品集合在不断缩小,后续的公共物品集合总是之前的一个子集,引理 1 完成了这个证明;②参与者  $P_i$  在策略组合  $\delta^*$  匹配得更早,而且所对应的时间在策略组合  $\delta'$  的匹配过程中,整个系统所完成的匹配是一样的,引理 2、3 完成了这个证明。

引理 1: 如果  $T_i^*$  或  $T_i'$  是一个交换循环,则  $D_i^*=D_{i+1}^*, D_i'=D_{i+1}'$ ; 如果  $T_i^*$  或  $T_i'$  是一个交换链,则  $D_{i+1}^* \subset D_i^*, D_{i+1}' \subset D_i'$ 。<sup>②</sup>

引理 2: 若  $T_i^*$  为一个交换链且  $t < k_i^*$ , 则有:  $T_t^*=T_t'$ 。<sup>③</sup>

引理 3:  $D_i' \subseteq D_i^*$ 。

结合引理 1、2 的结论,有  $D_{i^*}^*=D_{i^*}'$ 。因为相对于策略组合为  $\delta'$ ,  $P_i$  在策略组合  $\delta^*$  中更早得到了优先选择权,即  $i' \geq i^*$ ,再结合引理 1 可以推出  $D_{i'}' \subseteq D_{i^*}^*$ 。引理 3 证毕。

回到定理 1 的证明,通过引理 3 可以知道,  $P_i$  在策略组合  $\delta'$  的选择物品集合是  $\delta^*$  中的子集,因此,其策略组合  $\delta'$  中得到的分配不会优于  $\delta^*$ ,可以得到结论:  $P_i$  选择加入 TTCC 机制是一个占优策略。定理 1 证毕。

参考图 1, SD、TTCC-h 并行机制的纳什均衡是(TTCC-h, TTCC-h, SD),说明 TTCC-h 机制的优化并不满足激励相容。在更一般的情况下,并行机制中更靠后的参与者并不一定愿意得到更靠前的优先权,因为他们有可能通过等待前面在 TTCC-h 机制交换链中的参与者捐出自己的初始禀赋而得到更好的分配。相对应地,在 SD、TTCC-k 机制中,交换链中的参与者不会捐出自己的初始禀赋,因此,排名靠后的参与者也就不会期待有更好的公共资源出现,获得更靠前的优先权是更好的

① 这里的交换链包括没有加入 TTCC 的参与者直接选择公共物品而交换循环包括参与者选择自己的初始禀赋的过程。

② 引理 1 的证明过程见《中国工业经济》网站(<http://www.ciejournal.org>)公开附录。

③ 引理 2 的证明过程见《中国工业经济》网站(<http://www.ciejournal.org>)公开附录。

策略。因此,得到定理 1 的结论,利用 TTCC-k 机制对 SD 机制的优化满足激励相容。表 3 比较了两种优化机制的定性分析结论。

**表 3 两种机制的定性比较**

| 机制     | 可行性(激励相容) | 有效性(帕累托有效) |
|--------|-----------|------------|
| TTCC-k | 满足        | 不满足        |
| TTCC-h | 不满足       | 满足         |

相对于 TTCC-h 机制,TTCC-k 机制在实践中具有更强的可行性。这个可行性不仅仅体现在 Roth et al.(2004) 所提到的器官捐赠的法理问题以及道德风险问题,从机制优化的激励相容角度看,TTCC-k 机制也具有更好的可行性。但是依据表 2 所示,TTCC-k 机制不满足帕累托有效而 TTCC-h 机制满足,不仅如此,TTCC-h 机制还是 TTCC-k 机制的一个帕累托改进。综上,比较 TTCC-h 机制、TTCC-k 机制对 SD 机制的优化:TTCC-h 机制的有效性更好,但缺乏可行性;而 TTCC-k 机制具有很强的可行性,但它不一定是帕累托有效的。为了从定量角度分析 TTCC-k 机制对 SD 机制的优化效率,下一节将借助中国人的 HLA 基因库数据,对其在骨髓移植捐赠匹配的优化效率进行定量分析。

#### 四、TTCC-k 机制优化的定量比较分析

##### 1. 骨髓匹配捐赠 SD 机制与 TTCC-k 机制社会总效用比较

在做定量分析前,先将骨髓移植 HLA 匹配放在带初始禀赋的公共资源分配模型中。令  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  为患者集合,其中,患者  $P_i$  的 HLA 基因是一个 10 维向量,  $P_i = (A_{1i}, B_{1i}, C_{1i}, DRB_{1i}, DQB_{1i}, A_{2i}, B_{2i}, C_{2i}, DRB_{2i}, DQB_{2i})$ ,前 5 个维度表示第一条 6 号染色体上的 5 个等位基因,后 5 个维度表示另一条 6 号染色体上的 5 个等位基因。相关供者  $DP_i$  和无关供者  $D_j$  同样也用一个 10 维向量代表此供者的基因。令  $M$  为两个人的 HLA 基因匹配度,所以患者  $P_i$  与无关供者  $D_j$  基因匹配度  $M(P_i, D_j)$  为向量  $P_i - D_j$  中 0 元素的个数,即  $M(P_i, D_j) = \#\{k | (P_i - D_j)(k) = 0\}$ ,同理,患者  $P_i$  与相关供者  $DP_j$  基因匹配度由  $M(P_i, DP_j)$  表达。

与肾脏移植匹配结果只存在相合和不相合两种情况不同,骨髓移植的匹配结果主要由相同等位基因的数量决定,所以患者  $P_i$  对供者骨髓的偏好  $\geq_i$  由  $\{P, DP, D\}$  内生。 $DP_{s_1} >_i DP_{s_2}$  表示患者  $i$  对相关供者  $s_1$  比  $s_2$  偏好更高,说明移植  $s_1$  的骨髓会有较高的匹配度,理论上也有更高的生存率,令  $DP_{s_1} >_i DP_{s_2}$ ,当且仅当  $M(P_i, DP_{s_1}) > M(P_i, DP_{s_2})$ 。而当  $M(P_i, DP_{s_1}) = M(P_i, DP_{s_2})$  时,用  $DP_{s_1} \sim_i DP_{s_2}$  来表达患者  $P_i$  对相关供者  $s_1$  比  $s_2$  偏好无差异。

为分析 TTCC-k 机制的优化效率,借助中国人 HLA 基因组对两种机制的匹配度和生存率进行模拟。通过等位基因频率网络数据库得到中国人 HLA 单倍体基因频率,如表 4 所示。

为提高计算机仿真模拟的速度,本文只选取了前 1843 种常见单倍体,这些单倍体在中国人基因中出现的概率超过了 99.991%。因为尚未有文献证明单倍体构造二倍体时存在相关性,所以本文假设各个单倍体在构成二倍体基因时是独立的,由此通过单倍体频率随机生成人群 HLA 二倍体基因,并以此进行两种机制匹配效率的测算。本文在计算机仿真模拟中设定了 5 个参数:患者数量、相关供者的比例、一代直系血亲相关供者比例、无关供者数量、匹配容忍度。其中,第 5 个参数匹配容忍度是指在进行骨髓 HLA 匹配过程中,病人能接受的最大的错配点位数量,比如中国大多数医院

在 10 个位点中最多能够容忍 5 个错配。检验 TTCC-k 机制的优化效率,仿真模拟具体参数选取如表 5 所示。

**表 4 中国人 HLA 单倍体前 8 种基因频数 (总样本量 10<sup>6</sup>)**

| A    | C    | B     | DRB <sub>1</sub> | DQB <sub>1</sub> | 南方人 | 北方人 |
|------|------|-------|------------------|------------------|-----|-----|
| 1:01 | 1:02 | 46:01 | 8:03             | 6:01             | 47  | 106 |
| 1:01 | 1:02 | 46:01 | 9:01             | 3:03             | 149 | 137 |
| 1:01 | 1:02 | 54:01 | 12:01            | 3:01             | 25  | 149 |
| 1:01 | 1:02 | 55:01 | 13:01            | 6:03             | 23  | 115 |
| 1:01 | 2:02 | 27:05 | 4:08             | 3:01             | 24  | 108 |
| 1:01 | 2:02 | 27:05 | 14:01            | 6:02             | 231 | 347 |
| 1:01 | 3:02 | 58:01 | 3:01             | 2:01             | 76  | 121 |
| 1:01 | 3:02 | 58:01 | 13:02            | 6:09             | 87  | 167 |

资料来源: The Allele Frequency Net Database[EB/OL]. <http://www.allelefrequencies.net/>, 2015.

**表 5 TTCC-k 匹配效率测算数据选取**

| 参数                              | 选择范围  |
|---------------------------------|-------|
| 患者总数( <i>P</i> )                | 10000 |
| 每一位患者的相关供者( <i>DP/P</i> )       | 1     |
| 一代直系血亲相关供者比例( <i>FD/P</i> , %)* | 10    |
| 无关供者总数( <i>D</i> )**            | 5000  |
| 错配容忍度                           | 5/10  |

注:\*表示一代直系血亲相关供者会有一条染色体与患者一致,所以两人之间的匹配度大于等于 5/10。\*\*表示 2014 年至今连续 4 年的中华骨髓库年度报告显示,造血干细胞捐赠者的数量都在患者总数量的 50%左右,所以本文在模拟中除特别说明的部分都采用这个数据作为无关供者与患者人数的比例。

利用计算机软件对两种机制进行仿真模拟实验,其中每次 SD 机制会运行 10 秒钟左右,TTCC-k 机制运行 1 分 45 秒左右。20 次模拟后,取平均值得到了两种匹配机制的各匹配度概率如表 6 所示。

**表 6 10000 人模拟两种机制匹配度比较**

| 机制     | 10/10  | 9/10   | 8/10   | 7/10   | 6/10   | 5/10   | 0/10   |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| TTCC-k | 0.0989 | 0.1691 | 0.2816 | 0.2753 | 0.1311 | 0.0374 | 0.0066 |
| 现行     | 0.0224 | 0.0449 | 0.1019 | 0.1576 | 0.1320 | 0.1058 | 0.4354 |

从表 6 和图 3 可以看出,相对于 SD 机制,TTCC-k 机制所得到的 10/10、9/10、8/10、7/10 等高匹配度匹配概率都有了显著提高。使用 TTCC-k 机制后,7/10 以上高匹配度概率达到了 82.49%,而现行的 SD 机制高匹配度概率则相对较低,只有 32.68%。这个模拟结果符合预期:相对于现行的 SD 机制,在运行 TTCC-k 机制时,病人能够从其他病人的相关供体中进行选择,并且总是选择匹配度最高的供体,加入交换显著提高了 7/10 以上高匹配度的匹配概率。同时可以看到,TTCC-k 机制相对于现行的 SD 机制在 5/10 匹配度的匹配概率较低。低匹配度匹配概率的下降并不能说明 TTCC-k 机制的匹配效率降低,进一步证明了交换机制对匹配效率的提高,因为有很多在 SD 机制分配下低

匹配度的病人在 TTCC-k 机制中得到了更好的供体。

从总匹配度看,TTCC-k 机制的匹配效率达到了 99.34%,而现行的 SD 机制则只能达到 56.5%。同时,结合表 1 给出的数据计算,TTCC-k 机制将 100 天生存率从 37.27% 提高到 78.85%,1 年生存率从 30.19% 提高到 64.67%。交换机制的引入显著提高了骨髓捐赠匹配的效率,但需要注意的是,本文在计算生存率时使用的表 1 中的数据本身存在一些问题。在骨髓移植临床实践中,很多没有匹配到高匹配度供体的病人选择等待更合适的供体出现,所以表 1 中完成 5/10 匹配移植的病人数量只有 4 人,而这 4 位病人选择 5/10 匹配度的供体很有可能是因为移植时病情已经非常危急,所以不得不选择一个低匹配度的供体,因此,极低的生存率(生存率为 0)不仅仅是由于低匹配度供体带来的移植排斥反应与移植物抗宿主疾病,同时也由于其再生性造血功能障碍已经非常严重。因此,综合考虑,单纯的交换机制所带来的生存率提升可能没有达到如此显著的水平。

从本节的模拟结果可以看出,TTCC-k 机制能够大幅提升骨髓移植的匹配概率,尤其是高匹配度的概率。因此,从本节的仿真模拟看,虽然 TTCC-k 机制在理论上不能实现帕累托有效,但作为一个在实践中可行的优化机制,它对于现行 SD 机制的优化具有显著的有效性。在实际机制运行中,由于各个国家和地区教育水平、医疗水平的差异,各个参数的取值会有不同,所以有必要对每一个参数进行敏感性分析。

### 2. 仿真模拟的参数敏感性

(1)患者数量。由于移植骨髓在体外保存的时间有限,捐赠通常还会受到地域的限制,因此,不同的国家和地区的人口不同,移植捐赠系统中的患者数量也会不同。为保证对参数敏感性检验的准确性,这里假设其他参数不变。由于在模型中假设患者数量等于相关供者数量,相关供者数量也会相应变化,所以进行这部分模拟时假设无关供者人数与患者人数的比例保持不变,参数选取见表 7。另外,图 4 展示了两种匹配机制在供者数量变化时 10/10、5/10 的匹配概率变化。

从图 4 可以看出,在患者人数上升时,两种机制下高匹配度(10/10)的匹配概率都在上升,但 TTCC-k 机制的匹配概率始终比现行的 SD 机制要高;而两种机制的低匹配度(5/10)的匹配概率会随着患者人数上升而下降。这是由于随着人数增加,患者们有更大的几率得到更高匹配度的供体,所以降低了低匹配度供体的匹配概率。

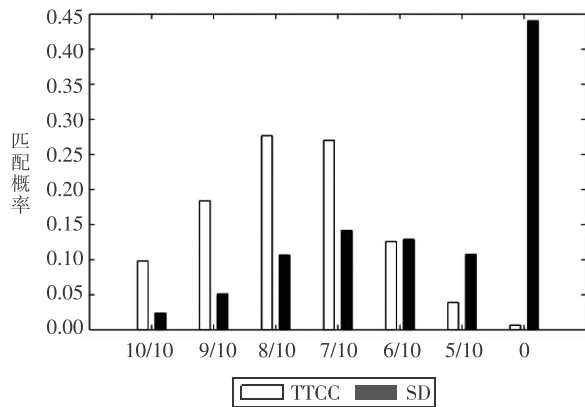


图 3 两个机制在不同匹配度的匹配概率

表 7 患者数量对匹配率的影响分析数据选择

| 参数                   | 选择范围      |
|----------------------|-----------|
| 患者总数(P)              | 100-10000 |
| 每一位患者的相关供者(DPIP)     | 1         |
| 一代直系血亲相关供者比例(FDIP,%) | 10        |
| 无关供者总数(D)            | P/2       |
| 错配容忍度                | 5/10      |

综合比较两种机制在患者数量变化时的效率, 发现患者数量变化对两种机制的匹配效率影响都很大, 在患者数量上升时, 两种机制在各个匹配度的概率都有显著提高, 总匹配度与生存率提高也比较明显。但总体来看, 无论患者人数如何, TTCC-k 机制对 SD 机制的改进效果都非常显著, 而且在其他参数不变时, 改进的总匹配率和生存率比例大体保持不变, 如图 5 所示。

(2) 相关供者比例。讨论相关供者人数对两种机制匹配概率的影响, 在不同的国家, 由于文化不同, 家庭关系在社会关系中的地位不同, 相关供者的比例也不尽相同, 所以本文对相关供者人数的比例也进行敏感性检验。具体数据选择如表 8 所示。

由此分析在其他数据保持不变时, 图 6 展示了两种匹配机制在相关供者变化时 10/10、5/10 的

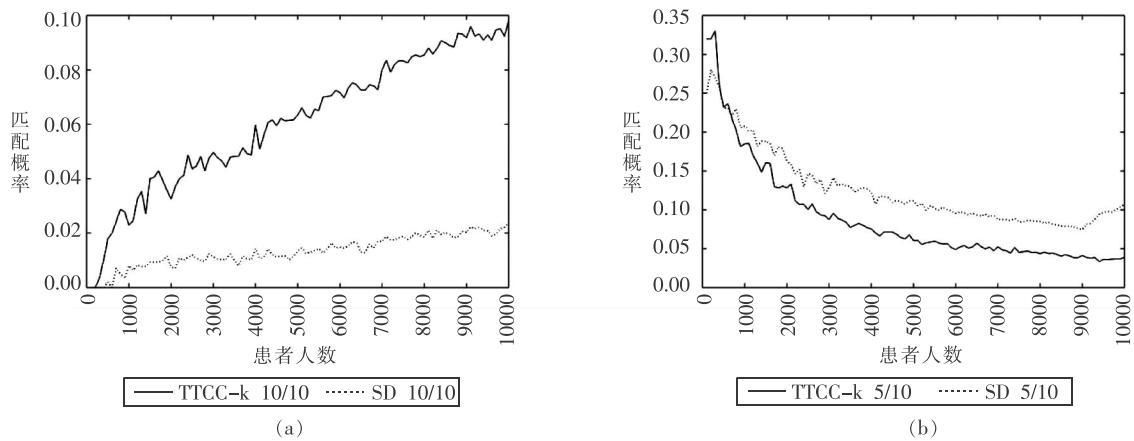


图 4 患者数量变化时各匹配度的概率变化

资料来源: 作者利用 Matlab 软件模拟运算后绘制。下同

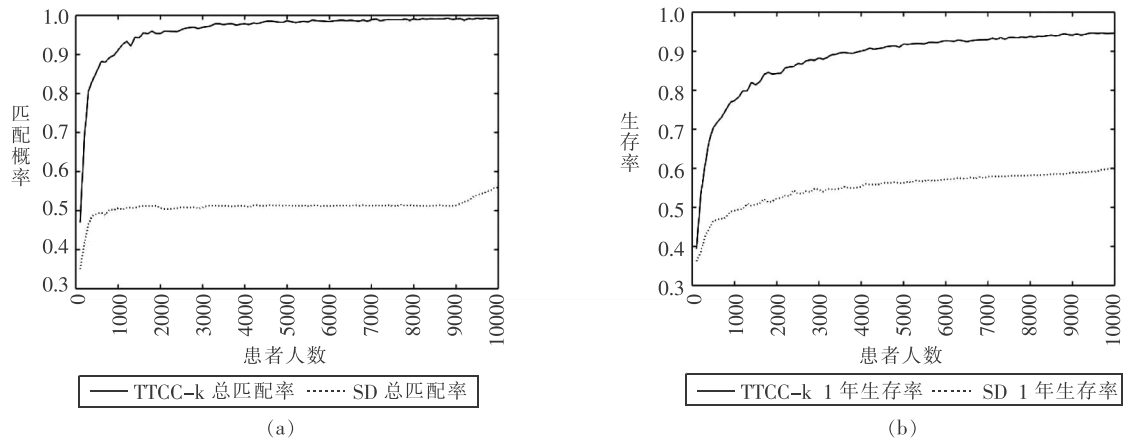


图 5 患者人数变化时的总匹配率与生存率

表 8 相关供者数量对匹配率的影响分析数据选择

| 参数                         | 选取范围    |
|----------------------------|---------|
| 患者总数( $P$ )                | 10000   |
| 每一位患者的相关供者( $DP/P$ )       | 0.2—0.8 |
| 一代直系血亲相关供者比例( $FD/P, \%$ ) | 10      |
| 无关供者总数( $D$ )              | $P/2$   |
| 错配容忍度                      | 5/10    |

匹配概率变化。

从图6可以看出,在相关供者比例上升时,TTCC-k机制下高匹配度(10/10)的概率上升,而在低匹配度(5/10)的概率会下降,与之对应现行SD机制在相关供者人数变化时没有明显变化,这是由于随着相关供者比例变大,患者们有更大的几率得到更高匹配度的供体,所以降低了低匹配度供体的匹配概率。而SD机制不受相关供者比例影响,这也与机制性质符合。

综合比较两种机制在相关供者数量变化时的效率发现,相关供者数量变化对TTCC-k机制的匹配效率影响都很大,在相关供者数量上升时,总匹配度与生存率方面相对SD机制都有明显提高,而SD机制几乎不受相关供者数量的影响,如图7所示。

(3)捐赠库的大小。下面讨论无关供者,也就是捐赠库的大小对匹配概率的影响。同样在不同的国家,由于文化、宗教、医疗水平和教育水平的差异,导致人们的捐赠意愿不同,所以捐赠库的大小也不尽相同。这里对捐赠库大小进行敏感性检验,具体数据选取如表9所示。

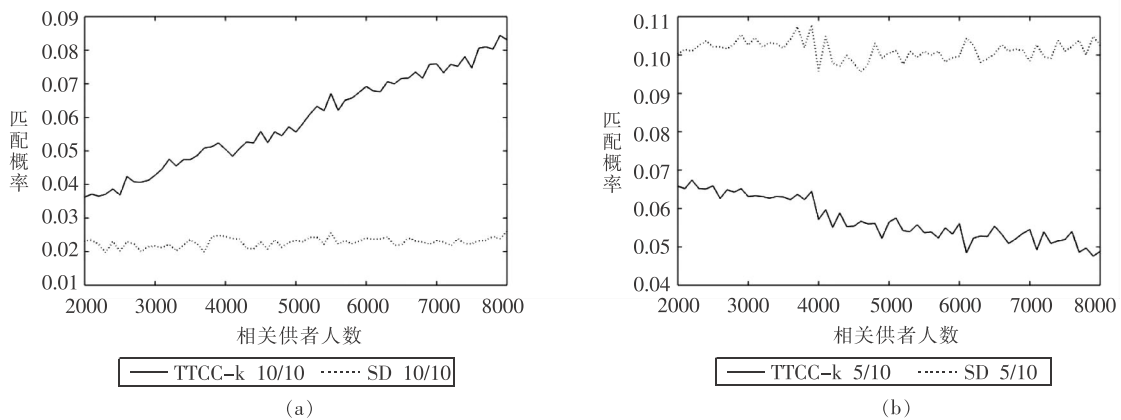


图6 相关供者数量变化时各匹配度的概率变化

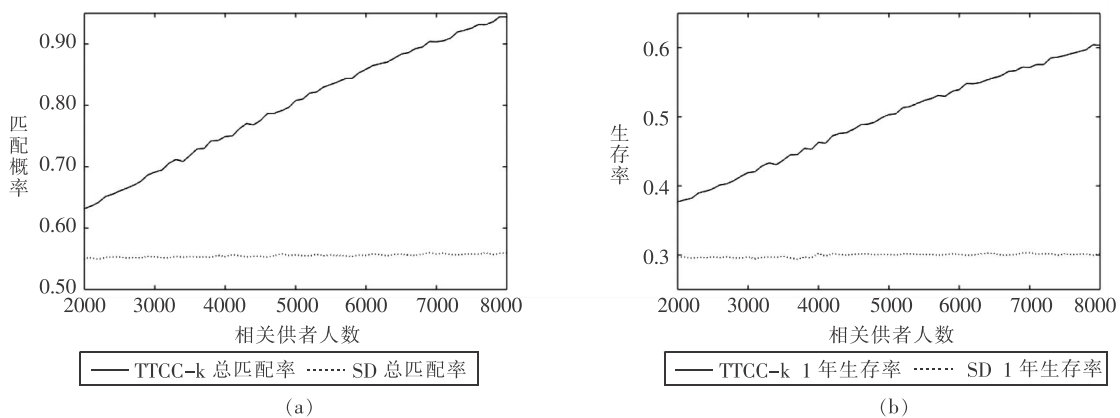


图7 相关供者数量变化时的总匹配率与生存率

由此分析在其他数据保持不变时,无关供者数量从2000—8000人时两种机制的匹配概率与生存率,图8展示了两种匹配机制在供者数量变化时10/10、5/10的概率。

从图8可以看出,在供者人数上升时,两种机制下高匹配度(10/10)的概率都在上升,但TTCC-k机制的概率显著高于SD机制;而TTCC-k机制的低匹配度(5/10)的概率会随着无关供者人数上升

而显著下降, 与之对应, SD 机制的低匹配度概率在无关供者人数上升时会有所下降, 但下降幅度明显小于 TTCC-k 机制。从理论角度, 无关供者数量对现行的 SD 机制影响非常大, 无关供者数量的提高能够显著提高各个匹配度下的匹配数量, 这与模拟结果相符。

表 9 无关供者数量对匹配率的影响分析数据选择

| 参数                          | 选取范围      |
|-----------------------------|-----------|
| 患者总数 ( $P$ )                | 10000     |
| 每一位患者的相关供者 ( $DP/P$ )       | 1         |
| 一代直系血亲相关供者比例 ( $FD/P, \%$ ) | 10        |
| 无关供者总数 ( $D$ )              | 2000—8000 |
| 错配容忍度                       | 5/10      |

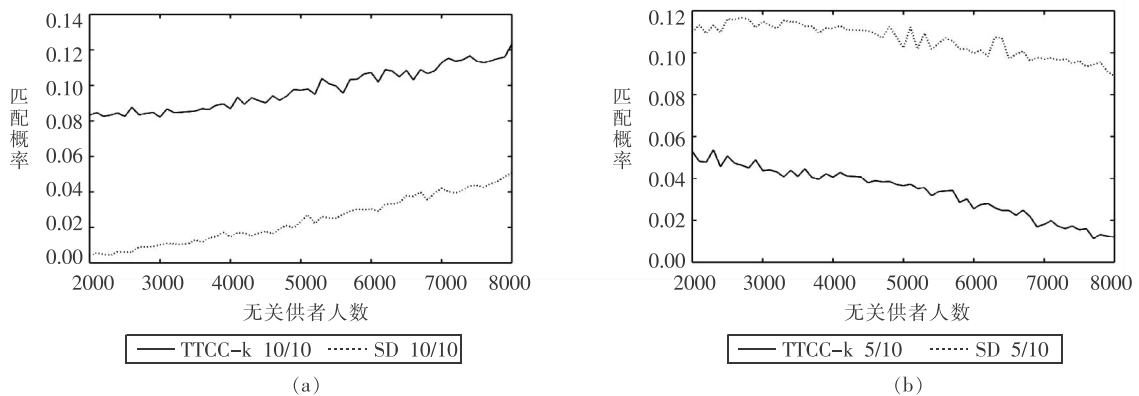


图 8 无关供者数量变化时各匹配度的概率变化

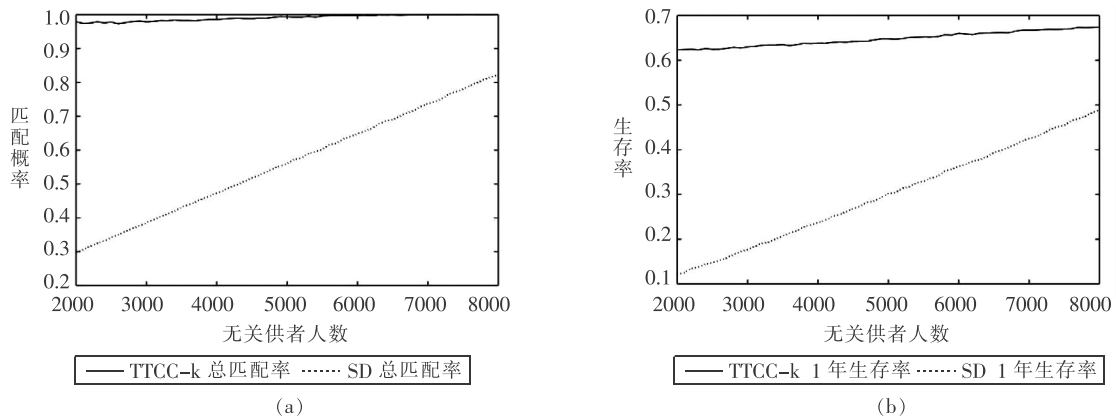


图 9 无关供者人数变化时的总匹配率与生存率

综合比较两种机制在无关供者数量变化时的效率, 发现无关供者数量变化对 SD 机制影响显著而对 TTCC-k 机制几乎没有影响, 这主要是因为在大样本的仿真模拟中, TTCC-k 机制的匹配效率已经接近极限, 例如总匹配率已经接近 1, 所以参数表现不够敏感, 但在理论上, 无关供者数量对 TTCC-k 机制的匹配效率同样具有显著的影响。

(4) 错配容忍度。最后讨论错配容忍度对两种机制匹配率的影响。这部分讨论对各地区的医

疗机构制定移植手术匹配规则能够提供一定帮助。进行模拟时假设无关供者人数与患者人数的比例保持不变,数据选择如表 10 所示。

表 10 错配容忍度对匹配率的影响分析数据选择

| 参数                         | 选取范围  |
|----------------------------|-------|
| 患者总数( $P$ )                | 10000 |
| 每一位患者的相关供者( $DP/P$ )       | 1     |
| 一代直系血亲相关供者比例( $FD/P, \%$ ) | 10    |
| 无关供者总数( $D$ )              | $P/2$ |
| 错配容忍度                      | 0—5   |

得到在其他数据保持不变时,错配容忍度从 0—5 时两种机制的匹配概率与生存率,由于在容忍度很低时,低匹配度是没有匹配概率的,所以这里只比较高匹配度的情况。下面展示了两机制在错配容忍度变化时 10/10、9/10 概率以及总的匹配概率和 1 年生存率。

从图 10 中可以发现,错配容忍度对 TTCC-k 机制的高匹配概率影响是正向的,而对 SD 机制的高匹配概率影响是负向的。这是由于对低容忍度会导致供体只可能被高匹配度患者获得,提高容忍度会减少这部分概率,导致高匹配度概率减少。同时,图 11 显示错配容忍度的提高对 TTCC-k 机制提高生存率有着非常显著的正向作用,在容忍度达到 5 时,1 万患者样本的 1 年生存率就达到了 65%,而当患者样本达到 20 万人时,1 年生存率甚至可以提高到 71%。因为在 TTCC-k 中,越高的错配容忍度意味着越多的患者能够参与到匹配循环或匹配链,而在匹配循环和匹配链中的患者总是会去寻找自己最高匹配度的供者,这就提高了高匹配度的概率;而在现行的 SD 机制中,提高了错配容忍度,会导致无关供者配型给了相对低匹配度的患者,提高了低匹配度的概率,但总的供者数量相对有限,相应就会降低高匹配度的概率。随着医疗技术的提高,排异反应和移植抗宿主病造成的损害开始得到一定程度的控制,骨髓移植的错配容忍度会越来越大,但是高匹配度供体依然具有最高的优先级。因此,随着医疗技术和水平的进步,TTCC-k 机制对 SD 机制的优化效率更加显著。

## 五、结论

### 1. 总结

本文主要分析了带有初始禀赋的公共资源的分配机制优化问题。由于这一类资源通常稀缺而且重要,而当前各个领域所主要施行 SD 机制又缺乏效率,所以优化分配机制以提高有效性是极其重要的课题。本文借鉴了 Roth et al.(2004) 在肾脏移植匹配中进行效率优化而设计的 TTCC-k 机制,并梳理了其与其 Abdulkadiroğlu and Sönmez (1999)在租房交换市场中设计的 TTCC-h 之间的区别;由于器官移植匹配中初始禀赋并非公共资源,同时也为了避免道德风险,所以 TTCC-k 不要求交换链中参与者将未分配的初始禀赋捐出成为公共资源。通过建立带初始禀赋的公共资源分配问题模型并使用帕累托有效作为有效性定性指标,本文对现行的 SD 机制,TTCC-h 机制以及 TTCC-k 机制进行了有效性定性分析,发现 SD 机制和 TTCC-k 机制都不满足帕累托有效,而 TTCC-h 机制是有效的。同时,也发现 TTCC-h 机制对 SD 机制的优化并不具有可行性,与之相反,TTCC-k 机制是可行的。在讨论这两种机制对 SD 机制优化的可行性时,本文假设优化机制与原机制并行,让参与者自由选择加入某个机制,在这个策略性博弈中,定义机制优化具备可行性当且仅当加入优化机制是一个占优策略。在此定义下,本文证明 TTCC-k 机制对 SD 机制的优化具备可行性,而 TTCC-h 机制与之相反。因此,考虑到机制优化的可行性,TTCC-k 机制是一个更好的选择。



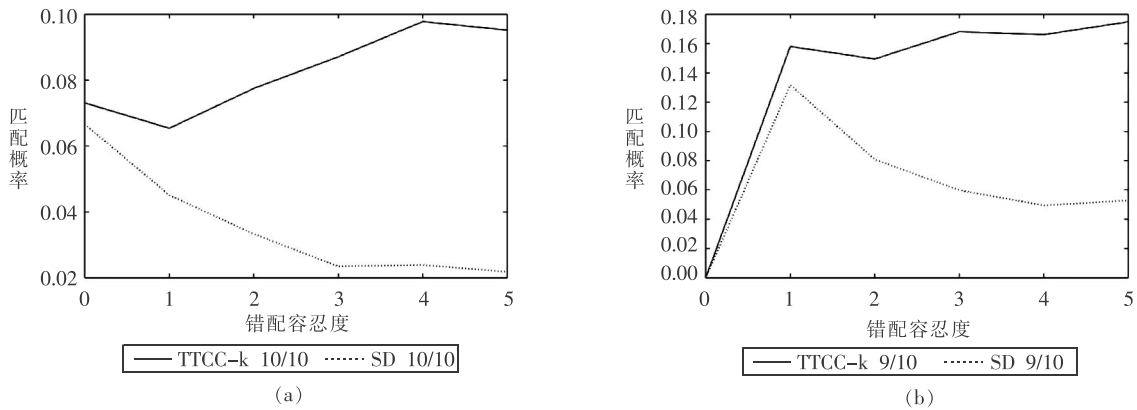


图 10 错配容忍度变化时各匹配度的概率变化

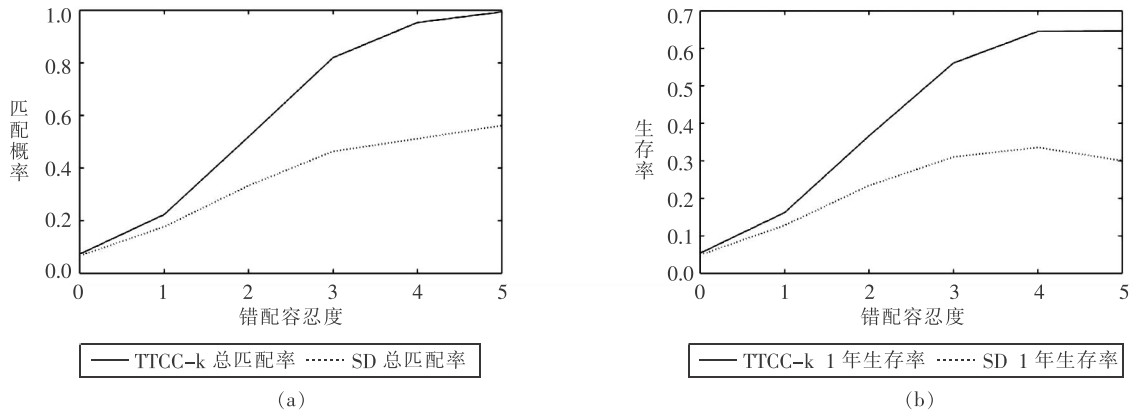


图 11 错配容忍度变化时的总匹配率与生存率

由于 TTCC-k 机制不满足帕累托有效,为了验证它的有效性,本文用两种机制在骨髓移植捐赠分配中的匹配效率进行了定量比较分析。在针对 10000 人小样本条件下的模拟结果十分显著,TTCC-k 机制能够将总匹配率从现行 SD 机制的 56.5% 提高到 99.3%, 尤其是 10/10 的高匹配度的匹配概率提高了接近 4 倍。在生存率方面,TTCC-k 相对于现今的 SD 机制能够在 100 天生存率和 1 年生存率上分别提高了 37% 和 30%。虽然在定性分析中,TTCC-k 机制不满足帕累托有效,但具备可行性的它依然能够大幅度提高匹配效率,所以该机制对于现今 SD 机制的优化在骨髓捐赠匹配中既可行也有效。而这个结论同样可以推广到其他带有初始禀赋的公共资源分配问题中,例如公立养老院房屋、公立幼儿园或小学学位等。

## 2. 应用的拓展

以公立养老院床位分配问题为例。在实践中,公立养老院床位是稀缺资源,与骨髓移植捐赠类似,当前采用的是 SD 机制进行分配,但仍存在“一床难求”的现象,有些城市的预计轮候时间甚至高达 100 年,而私立养老院又存在价格偏高、品质不够等问题。

如果将公立养老院、住房抵押养老、公租房系统相结合,TTCC 交换机制可以显著提高公立养老院床位分配效率。目前,中国地方政府在试行住房抵押养老政策,建议老人将私有住房抵押给银行,利用抵押贷款提高生活水平,以房养老。但是居民参与度很低,因为住房所有权抵押效用损失过大,难以用所得的养老金弥补,为了降低效用损失,可考虑只抵押其“使用权”给政府,政府将其纳入公

租房系统,成为公共资源。以此作为 TTCC 机制交换循环或者交换链的起点,之后在公立养老院、公租房系统中运行 TTCC 交换机制。由于公立养老院、公租房系统当前采取的是 SD 机制,优化为 TTCC 交换机制后,能显著提高分配效率。考虑到参与者对机制优化的接受度,本文亦给出了较好的理论支撑:TTCC-k 机制是一个更好的选择。

本文研究结论不仅适用于初始禀赋为私人物品的问题,同样也适用于初始禀赋为公共资源的问题。以公立幼儿园或小学学位为例。由于家庭搬迁等问题会导致对学校学位的偏好发生变化,使人们产生交换学位的需求,同时,又有一些适龄儿童家庭在等待学位(学位的初始分配大多采取摇号方式,也有少数地区采取轮候方式),采集了每一个家庭的偏好后,即可采用 TTCC 机制提高分配效率。针对采取轮候方式的地区,通过定理 1 得知 TTCC-k 机制具备可行性。在实践中,可要求交换链须从尚未得到学位的家庭开始,保证每个交换链中的禀赋都能得到分配,以满足 TTCC-k 机制的假设,未分配的禀赋不纳入公共资源,使得优化机制可行且有效。

本文在讨论机制优化可行性时设计的并行机制在现实中虽然不存在,但它们不仅仅在理论分析中具有作用,在实践中本身也是一个不错的尝试,也许从机制设计者的角度看,TTCC 机制的确在各方面都比 SD 机制更好,但从每一位参与者的角度来看并不一定,在机制优化过程中,可能会有参与者的分配变差了。为了让机制的参与者更容易接受机制的优化,机制设计者们不妨考虑采用并行机制作为过渡。

#### [参考文献]

- [1] Abdulkadiroğlu, A., and T. Sönmez. House Allocation with Existing Tenants [J]. *Journal of Economic Theory*, 1999, (88):233-260.
- [2] Abecassis, M., M. Adams, P. Adams, R. M. Arnold, C. R. Atkins, M. L. Barr, W. M. Bennett, M. Bia, D. M. Briscoe, J. Burdick, R. J. Corry, J. Davis, F. L. Delmonico, R. S. Gaston, W. Harmon, C. L. Jacobs, J. Kahn, A. Leichtman, C. Miller, D. Moss, J. M. Newmann, L. S. Rosen, L. Simino, A. Spital, V. A. Starnes, C. Thomas, L. S. Tyler, L. Williams, F. H. Wright, and S. Youngner. Consensus Statement on the Live Organ Donor [J]. *Journal of the American Medical Association*, 2000, (284):2919-2926.
- [3] Brams, S. J., and P. D. Straffin. Prisoners' Dilemma and Professional Sports Drafts [J]. *American Mathematical Monthly*, 1979, 86(2):80-88.
- [4] Cheng, Y., and Z. Yang. Efficient Kidney Exchange with Dichotomous Preferences [R]. Working Paper of University of York, 2017.
- [5] Ergin, H. Consistency in House Allocation Problems [J]. *Journal of Mathematical Economics*, 2000, 34(1):77-97.
- [6] Kolb, H. J., A. Schattenberg, J. M. Goldman, B. Hertenstein, N. Jacobsen, W. Arcese, P. Ljungman, A. Ferrant, L. Verdonck, D. Niederwieser, F. van Rhee, J. Mittermueller, T. de Witte, E. Holler, and H. Ansari. European Group for Blood and Marrow Transplantation Working Party Chronic Leukemia, Graft-Versus-Leukemia Effect of Donor Lymphocyte Transfusions in Marrow Grafted Patients [J]. *Blood*, 1995, (86):2041-2050.
- [7] Lee, S. J. Klein J, Hagenson M. High-Resolution Donor Recipient HLA Matching Contributes to the Success of Unrelated Donor Marrow Transplant [J]. *Blood*, 2007, 110(13), 4576-4583.
- [8] Ma, J. Strategy-proofness and the Strict Core in a Market with Indivisibilities [J]. *International Journal of Game Theory*, 1994, 23(1):75-83.
- [9] Park, K., J. H. Lee, K. H. Huh, S. I. Kim, and Y. S. Kim. Exchange Living Donor Kidney Transplantation: Diminution of Donor Organ Shortage [J]. *Transplantation Proceedings*, 2004, (36):2949-2951.
- [10] Rapaport, F. T. The Case for a Living Emotionally Related International Kidney Donor Exchange Registry [J]. *Transplantation Proceedings*, 1986, (18):5-9.

- [11]Roth, A. E., and A. Postlewaite. Weak versus Strong Domination in a Market with Indivisible Goods [J]. *Journal of Mathematical Economics*, 1977,4(2):131–137.
- [12]Roth, A. E., T. Sönmez, and M. U. Ünver. Kidney Exchange [J]. *Quarterly Journal of Economics*, 2004, (119):457–488.
- [13]Roth, A. E., T. Sönmez, and M. U. Ünver. A Kidney Exchange Clearing House in New England [J]. *American Economic Review*, 2005,(95):376–380.
- [14]Roth, A. E., T. Sönmez, and M. U. Ünver. Efficient Kidney Exchange: Coincidence of Wants in Markets with Compatibility–Based Preferences[J]. *American Economic Review*, 2007,(97):828–851.
- [15]Shapley, L., and H. Scarf. On Cores and Indivisibility [J]. *Journal of Mathematical Economics*, 1974,(1):23–37.
- [16]Sönmez, T., and T. B. Switzer. Matching with (Branch–of–Choice) Contracts at the United States Military Academy[J]. *Econometrica*, 2013,81(2):451–488.
- [17]Svensson, L. Queue Allocation of Indivisible Goods[J]. *Social Choice and Welfare*, 1994,11(4):323–330.
- [18]Svensson, L. Strategy–proof Allocation of Indivisible Goods[J]. *Social Choice and Welfare*, 1999,16(4):557–567.
- [19]Zeiser, R., and B. R. Blazar. Acute Graft–versus–host Disease–Biologic Process, Prevention, and Therapy[J]. *New England Journal of Medical*, 2017,(377):2167–2179.

## **Optimization of Public Resource Allocation Mechanism with Initial Endowment: Analysis of the Effectiveness of Transplanting Bone Marrow Donation**

WANG Zhan, HAN Jia–xin

(School of Economics, Southwest University of Finance and Economics, Chengdu 611130, China)

**Abstract:** In the problem of public resource allocation with initial endowment, the mechanism designer needs to realize the effective allocation of these scarce resources through the allocation mechanism. The current commonly used Serial Dictatorship mechanism is not Pareto Efficiency. And due to externalities or social ethics, it is usually not reconfigured by money in practice. This requires the introduction of the efficiency of the pure economics mechanism to optimize the Serial Dictatorship mechanism. This paper qualitatively analyzes the Top Trading Cycle and Chain mechanism designed in the kidney transplant matching and housing market, and finds that there are subtle differences between the two. Since the participants are not required to return to the initial endowment, the transaction cycle–chain mechanism used in the kidney transplant matching is feasible to optimize the Serial Dictatorship mechanism, but it is not effective. In order to further quantitatively analyze the effectiveness of this mechanism, this paper conducted a computer simulation of the optimization efficiency of bone marrow transplantation donation matching. The simulation results show that compared with the current Serial Dictatorship mechanism, the Top Trading Cycle and Chain mechanism can greatly improve the matching efficiency, and can also increase the one–year survival rate by about 30%. Finally, the paper analyzes the four parameters in the simulation: number of patients, proportion of paired donors, number of single donors, and mismatch tolerance: the Serial Dictatorship mechanism is sensitive to all four parameters, and the Top Trading Cycle and Chain mechanism is insensitive to changes in the number of unrelated donors but is sensitive to the other three parameters.

**Key Words:** bone marrow transplantation; public resource allocation; top trading cycle and chain; serial dictatorship mechanism

**JEL Classification:** C62 C72 C78

[责任编辑: 覃毅]