免费试用与体验品非线性定价

孟大文， 熊一凡

[摘要] 在非线性定价问题中消费者偏好为其私人信息，厂商需要考虑如何设计激励相容的合约菜单，以诱导消费者真实汇报信息并实现自身利润最大化。而体验品作为一类特殊商品，消费者在事前并不了解自身对该商品的真实偏好，这种信息是随着消费的时长和用量增加而逐渐显示出来，因此，传统的静态合约设计方法不适用于这类产品的非线性定价问题。本文采用动态合约设计方法，给出了体验品动态非线性定价合约的具体形式，并讨论了不对称信息对厂商定价策略的扭曲效应。本文发现，在最优情形中存在着唯一临界类型，对偏好低于该类型的消费者，厂商会向其提供试用样品，这样有助于其在试用期了解自身偏好，从而在后续购买期内愿意支付更高的价格；而对于偏好类型高于临界值的消费者，厂商不会为其提供试用样品。在次优情形中，厂商遵循类似的规则，只是临界类型相对于最优情形发生向上扭曲。

[关键词] 体验品； 动态合约； 非线性定价

[中图分类号]F260 [文献标识码]A [文章编号]1006-480X(2018)10-0175-18

一、问题提出

根据消费者了解产品质量进而了解自身真实偏好的时间点，Nelson(1970)、Darby and Karni(1973)将商品分为三类：搜寻品(Search Good)、体验品(Experience Good)和信任品(Credence Good)。其中，搜寻品是指消费者在购买前可通过自身查验和他人推荐了解自身真实偏好的产品；体验品是指消费者事前无法了解只能在实际消费之后了解自身偏好的产品①；而信任品是指普通消费者即使在消费之后也不了解其真实偏好的产品，典型的信任品包括医疗服务和复杂机器修理。

实际生活中产品试用有着广泛的应用，具体的例子有：超市中食品的免费试吃，化妆品厂商推出的“小样”试用，网络阅读平台上新文章若干章节的免费试读，等等。近些年甚至出现了专门提供试用机会的网络平台。2006 年 1 月中国首家体验营销门户网站“试用网”上线，之后类似的平台也纷纷建立。互联网时代体验品的广泛存在使对该类商品的定价分析成为理论和实践上都非常有意

[收稿日期] 2018-05-07

[基金项目] 国家自然科学基金青年项目“具有最低消费限制的体验商品广告与定价策略研究”(批准号 71301094)。

[作者简介] 孟大文，上海财经大学经济学院副教授，博士生导师，经济学博士；熊一凡，上海财经大学经济学院博士研究生。通讯作者：孟大文，电子邮箱：devinmeng@126.com。感谢编辑和审稿人的有益建议，当然文责自负。

① 正如英文谚语所说：“The only proof of the pudding is in the eating.”

义的议题。本文试图揭示企业对体验品的最优动态非线性定价策略,为企业现实决策提供参考。

在搜寻品非线性定价文献[1]中,消费者在事前了解自身的真实偏好,而卖方不了解这种信息,卖方会制定一个非线性价格合约让消费者真实报告该信息以实现利润最大化。而对于体验品,在事前消费者不知晓自身的真实偏好,这种信息是随着消费的进行而不断被了解的,此时需借助动态合约方法来分析厂商的定价问题。具体地,消费者的真实偏好$\tilde{\theta}$可表示成$\tilde{\theta}=\tilde{\gamma}+\tilde{s}$,其中$\tilde{\gamma}$表示消费者事前获得的关于自身偏好的信号,$\tilde{s}$表示外生冲击。若消费者只使用事前信息$\tilde{\gamma}$做决策,则这种决策一般不是事后最优的,可能会因为高估真实偏好而过量消费,也可能会因为低估真实偏好而消费不足,因此,消费者有动机去搜集真实偏好信息以避免犯错。实际生活中商家也常常采取各种手段来满足消费者对于商品信息搜集的需求,比如网络购物中常见的方式:货到付款、赠送或出售小样、提供运费险以及买家若干天内可无理由全款退货等。

若向消费者提供样品的成本为0,垄断厂商会乐于向消费者提供试用机会,这是因为消费者通过试用产品减小了对自身真实偏好的不确定性,垄断厂商不必再向消费者提供事前保险。但天下没有免费的午餐,厂商提供样品试用须承担样品消耗、损坏、折旧所产生的成本。消费者通过试用样品获得的收益因其事前类型的不同有所差异。垄断厂商须考虑向何种事前类型的消费者提供样品试用更有利可图。本文在一定假设下证明:厂商应让事前类型较低的消费者(γ值较小)试用样品,而选择与事前类型较高的消费者(γ值较大)在当期直接交易。

过去研究体验品定价的文献中,消费者需求通常被假定为单一需求,此时商品的价格为线性价格。本文将消费者对体验品的单一需求假设拓展至消费数量可变的情形,垄断厂商可以通过制定非线性价格抽取更多的经济租金。在经典的非线性定价(或称二级价格歧视)的文献中,卖方需要设计合约菜单甄别买方的偏好类型并实现收益最大化。根据买方报告的信息,卖方分配给他们不同的消费量并收取不同的价格。对于搜寻品,这种买卖关系可以通过一期合同来刻画。而对于体验品,随着消费的进行消费者不断了解其自身的偏好,消费者的类型遵循某个动态演化规则,因此,买卖双方的合约关系是动态的。此时,需要借助的分析工具是动态合约理论。本文理论上最主要的贡献在于通过分析消费者对体验品偏好的动态演化特性,借助动态合约方法来分析厂商的最优定价行为,考察了信息搜集在体验品定价中的作用。

具体来说,本文通过动态合约设计方法分析体验品的非线性定价问题,与本文相关的研究有两类:一是关于体验品定价的文献;二是关于动态合约的文献。自 Nelson(1970)最早界定了体验品的概念之后,经济学家对其定价问题进行了广泛而深入的讨论,已有研究按期限长短大致又可分为两类。第一类文献聚焦于无限期的体验品市场,消费者随着时间推移接收到自身偏好的真实信息,由于不同消费者获取信息的时间是不一致的,垄断厂商需要在一定信息动态分布下决定最优价格序列。Shapiro(1983)构建了一个离散的无限期模型,消费者购买产品之前并不清楚产品确切的质量,仅对产品质量具有先验估计。如果消费者事前低估了产品质量,垄断厂商需要在开始若干期内制定低价格吸引消费者,建立声誉并扭转消费者的信念,当消费者对产品质量有了准确认知后再调高价格。如果消费者事前高估了产品质量,垄断厂商应在初期制定高价,此后逐渐下调价格,直到价格和产量水平与完全信息下的最优配置一致时停止。Bergemann and Välimäki (2006)构建了一个连续时间下的无限期模型,固定时间内完全获知产品真实信息的消费者人数服从泊松分布。消费者在没有接收到信息之前是同质的,接收到信息之后因所接收信息的不同而产生异质性,垄断厂商可以根

① 可参见 Mussa and Rosen(1978)、Maskin and Riley(1984)。

据是否已经获取信息将消费者分为两个群体,并对这两个群体的消费者收取不同价格。当有信息的消费者被收取的价格更高时,市场被称为小众市场(Niche Market);当无信息的消费者被收取的价格更高时,市场被称为大众市场(Mass Market)。他们指出在大众市场上垄断厂商最优价格路径应随时间递减,在小众市场上最优价格序列应先低后高,以占有更多高偏好消费者的剩余。

相较于第一类文献讨论的长期市场均衡价格, 第二类文献聚焦于垄断厂商针对单个消费者的短期(有限期)定价策略。Crémer(1984)通过一个两期模型考察了包含多个相互独立消费者的体验品市场,指出厂商应在第一期提供优惠券以促进消费者在该期消费并了解自己的真实偏好,这样厂商就可以在第二期制定高价。Che(1996)分析了可退货条款对体验品定价的影响,指出如果商品可在一定期限内退货,那么厂商能够制定更高的价格。实际上无论是优惠券还是可退货条款,都相当于先以低价格让消费者获取信息之后再抬高价格, 这类销售策略均可被视为厂商向风险规避消费者提供保险。其他关于体验品定价的文献还可参见 Grossman et al.(1977)、Liebeskind and Rumelt(1989)等。

以上文献考察的都是消费者单位需求下的最优价格,若放开对消费数量的限制,垄断厂商可以制定歧视性的非线性价格合约。不同于传统搜寻品的非线性定价,在体验品的消费过程中,消费者逐渐了解自身偏好,垄断厂商需针对这点制定动态非线性价格。这正是本文要研究的主要问题。

与本文关系紧密的另一类文献是有关动态合约理论的研究。Krähmer and Strausz(2011)分析了项目采购合约中的二阶段逆向选择问题——风险中性的代理人事前不知道采购项目的具体成本,但拥有一个和成本相关的信号,如果代理人只利用该信号做出判断会导致两类错误:当真实成本高于采购项目价值时,代理人基于接收到的低成本信号而错误地实施项目(纳伪);当真实成本低于项目价值时,代理人基于接收到的高信号而错误地放弃项目(弃真)。给定代理人事前信号和真实成本的统计分布①,事前信号的值越远离项目真实价值,代理人犯错误的可能越小;相反该信号的值越接近项目真实价值,代理人犯错误的可能越大。委托人可以通过设计一个包含信息搜集指令的动态合约来甄别代理人的类型,该合约减少了代理人犯两类错误的可能性,在增进社会总剩余的同时委托人也通过该合约抽取了更多的经济租金。同样与本文联系紧密的研究还有 Courty and Li(2000),分析了机票定价中的序贯信号甄别问题(Sequential Screening)。旅客因为对旅行最终是否成行的不确定性而无法在事前明确知道机票的价值,仅对该价值有先验估计。航空公司可以和旅客签订部分退款合约来抽取事前对机票价值不确定性高的旅客更多的经济租金②。文章证明相较于只利用旅客对机票事前估计价值定价的静态情形, 通过动态合约进一步甄别旅客的类型可以增进垄断厂商的总利润,本文中的样品试用手段起到了类似的作用。

更多动态合约设计的文献还可参见:Esö and Szentes (2007a,2007b)讨论的拍卖中最优信息披露机制以及如何对咨询师所提建议定价的问题;Dai et al.(2006)研究企业所有者与其委托管理者之间的合约设计问题;Battaglini(2005)对马尔科夫类型代理人的长期合约研究,等等。更新的研究可参见 Athey and Segal(2013)、Boleslavsky and Said(2013)、Miao and Zhang(2015)、Bergemann and Pavan(2015)。

Pavan et al.(2014)提出可在动态合约框架下分析体验品定价问题,但并未给出具体定价模型,本文做了该项工作。文章剩余部分结构如下:第二部分为模型设定;第三部分先讨论了完全信息下

① 该文假设真实成本关于事前信号一阶随机占优,事前信号越大的代理人,其真实成本越大的可能性也越高。

② 计划旅游出行的旅客因为意外取消行程的可能性较低,对机票价值不确定性也相对较低,商务目的的旅客取消行程的概率较高,所以对机票价值的不确定性也相对较高。

社会最优配置的基准情形，接着描述了厂商最优的动态直接机制，求解分析了对应的动态合约以及合约的相关性质；第四部分是本文的主要结论和启示。

二、模型设定

1. 偏好和成本

垄断厂商以成本 $C(q)$ 生产某种体验品，其利润函数为 $\prod_s=t(q)-C(q)$，t 为向消费者收取的价格，q 为产品的数量。$\tilde{\theta}$ 表示消费者的偏好强度，消费者的效用函数为 $U_b=\tilde{\theta}V(q)-t$。效用和成本函数满足如下假设：①稻田条件（Inada Conditions）：$V'(0)=+\infty$，$\lim_{q\to+\infty}V'(q)=0$①；②严格单调递增且凹的效用函数：$V'(\cdot)>0$，$V''(\cdot)\leqslant 0$；③严格单调递增且凸的成本函数：$C'(\cdot)>0$，$C''(\cdot)\geqslant 0$。本文中假设厂商向消费者提供固定数量的样品，其成本为 k。

2. 信息结构

消费者在事前不了解其真实偏好 $\tilde{\theta}$，但是可以观察到一个关于 $\tilde{\theta}$ 的信号 $\tilde{\gamma}\in\Gamma=[\underline{\gamma},\bar{\gamma}]$，$\tilde{\gamma}$ 的分布函数为 $F(\cdot)$，密度函数为 $f(\cdot)$。事前信号 $\tilde{\gamma}$ 可以源自消费者对同类产品的消费体验（比如，消费者不了解自身对刚上市的某款电子产品的偏好，但可以根据曾使用过的低版本产品的性能加以推断），也可能源自其他消费者分享的消费体验和口碑信息。消费者真实偏好由事前信号和随机扰动 $\tilde{s}$ 共同决定：$\tilde{\theta}=\tilde{\gamma}+\tilde{s}$。假设 $\tilde{s}$ 具有零均值（$E[\tilde{s}]=0$），$\tilde{s}$ 的累积分布函数为 $G(\cdot)$，分布密度函数为 $g(\cdot)$。在后续分析中假定 $\tilde{s}$ 和 $\tilde{\gamma}$ 在统计上相互独立，则给定 $\tilde{\gamma}$ 时，$\tilde{\theta}$ 的条件累计分布函数和条件密度函数分布为 $\hat{G}(\theta|\gamma)=G(\theta-\gamma)$ 和 $\hat{g}(\theta|\gamma)=g(\theta-\gamma)$。

为了保证合约的全局激励相容性，本文还需进一步对消费者类型分布、消费者效用函数与垄断厂商成本函数施加以下四个假设：

假设 1：先验类型分布满足单调风险率，令 $h(\gamma)\equiv\dfrac{1-F(\gamma)}{f(\gamma)}$，则 $h'(\gamma)<0$。

假设 2：γ 在一阶随机占优意义上影响分布 $\hat{G}(\theta|\gamma)$：$\dfrac{\partial\hat{G}(\theta|\gamma)}{\partial\gamma}\leqslant 0$。

假设 3：效用函数与厂商成本函数满足：$\dfrac{\theta V'''(q)-C'''(q)}{\theta V''(q)-C''(q)}>\dfrac{3V'''(q)}{V'(q)}$，$\forall\theta\in R$，$\forall q\geqslant 0$。

假设 4a：$Z(\underline{\gamma})<k<Z(\bar{\gamma})$，其中，$Z(\gamma)\equiv E[\max_x[\theta V(x)-C(x)]|\gamma]-\max_x[\gamma V(x)-C(x)]$。

假设 4b：$\tilde{Z}(\underline{\gamma})<k<\tilde{Z}(\bar{\gamma})$，其中，$\tilde{Z}(\gamma)\equiv E[\max_x[(\theta-h(\gamma))V(x)-C(x)]|\gamma]-\max_x[(\gamma-h(\gamma))V(x)-C(x)]$。

假设 1 为合约设计文献中的标准假设，该假设保证了消费者从合约中获得的消费量是其类型的单调不减函数。这个单调性质通常也被称为合约的“可实施性条件”（Implementability Condition，简称 IM）。在静态环境中，IM 条件和局部激励相容条件同时成立保证了合约是全局激励相容的，动态环境中验证合约的 IM 条件比静态环境要困难一些。在两阶段动态合约中，欲保证合约的可实施性，除了假设 1 的严格单调风险率性质，还需要假设 2 所给的一阶随机占优条件。该假设意味着先

① 在效用函数为单调凹函数以及成本函数为单调凸函数的前提下，稻田条件成立保证了最优合约问题的解总是内点解。

验类型较高的消费者具有较高真实偏好的可能性较大。本文所考察的动态合约中，消费者在第一阶段就是否使用样品做出 0—1 离散选择。因此，合约中消费者的配置函数在临界类型处分段，不方便直接验证 IM 条件，故本文附加一条技术假设，即假设 3。这个条件并不难满足，比如，若令 $V(q)=q^a$，$C(q)=cq^2$，其中 $a\in(0,\frac{1}{2}]$，$c>0$，则可验证假设 3 成立①。假设 3 保证了无论是完全信息还是不完全信息的情形下，厂商是否向消费者提供样品均取决于其事前类型 γ 与某个临界类型的比较。本文发现，厂商会向类型低于某个临界值的消费者提供样品，而对类型高于该临界值的消费者则不提供样品。实际上，假设 3 简化了对全局激励相容条件的验证过程，但这个条件并不是必须的。如放弃假设 3，则不再保证存在唯一的临界值将消费者类型空间一分为二，消费者是否试用样品与其事前类型之间的关系也将不再明确。很容易判断函数 $M(x)\equiv\max_{x\geq 0}xV(x)-C(x)$ 是关于 x 的严格凸函数②，若 $\mathrm{E}(\theta\mid\gamma)=\gamma$，由詹森不等式可得：$\begin{cases}Z(\gamma)=\mathrm{E}[M(\theta)\mid\gamma]-M(\mathrm{E}(\theta\mid\gamma))>0\\ \tilde{Z}(\gamma)=\mathrm{E}[M(\theta-h(\gamma))\mid\gamma]-M(\mathrm{E}(\theta-h(\gamma)\mid\gamma))>0\end{cases}$。所以，对于某些 k，$Z(\gamma)=k$，$\tilde{Z}(\gamma)=k$ 可能无解。假设 4 则通过限制固定成本的范围保证了无论是完全信息还是不完全信息情形下，消费者试用样品的临界类型均为内点解。

3. 合约时序

由显示原理(Myerson，1986)，本文可不失一般性地讨论直接机制。所谓直接机制，是指代理人(Agent)向委托人(Principal)报告自身类型信息，委托人直接通过代理人所报告的信息制定支付方案。

在直接机制中厂商和消费者之间进行了一个动态博弈，博弈的行动时序和合约形式如下：①$T=0$ 时，消费者获得私人信息 γ。②$T=1$ 时，消费者向厂商报告自身类型$\hat{\gamma}$，接收到$\hat{\gamma}$后，厂商决定消费者试用样品的概率 $\alpha(\hat{\gamma})$。如果消费者不试用样品，厂商提供由消费量和支付组成的合约菜单$(\bar{q}(\hat{\gamma}),\bar{t}(\hat{\gamma}))$；如试用，则厂商提供合约$(q(\hat{\gamma},\hat{\theta}),t(\hat{\gamma},\hat{\theta}))$，其中$\hat{\theta}$为消费者在 $T=2$ 时报告的偏好信息。③$T=2$ 时，如果消费者在 $T=1$ 时选择试用样品，则此阶段向厂商报告$\hat{\theta}$，厂商按照合约$(q(\hat{\gamma},\hat{\theta}),t(\hat{\gamma},\hat{\theta}))$向消费者出售产品。具体流程如图 1 所示。

三、体验品最优的动态非线性定价合约

1. 完全信息下的最优配置

作为基准情形，本节考虑完全信息下的最优合约，该情形下消费者关于体验品的事前偏好$\tilde{\gamma}$为公开信息。垄断厂商的利润最大化问题为：

$$\max_{\{\alpha,t,\bar{t},q,\bar{q}\}}\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}}\left\{\alpha(\gamma)\left[\int_{-\infty}^{+\infty}[t(\gamma,\theta)-C(q(\gamma,\theta))]\mathrm{d}\hat{G}(\theta\mid\gamma)-k\right]+[1-\alpha(\gamma)][\bar{t}(\gamma)-C(\bar{q}(\gamma))]\right\}\mathrm{d}F(\gamma)$$

① $\alpha\leqslant 1/2$ 可保证假设 3 成立，推导如下：$\frac{\theta V'''(q)-C'''(q)}{\theta V''(q)-C''(q)}>\frac{3V''(q)}{V'(q)}\Leftrightarrow\frac{\theta\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)q^{\alpha-3}}{\theta\alpha(\alpha-1)q^{\alpha-2}-2c}>\frac{3\alpha(\alpha-1)q^{\alpha-2}}{\alpha q^{\alpha-1}}\Leftrightarrow$ $\theta\alpha q^{\alpha-2}(1-2\alpha)>-6c\Leftarrow\alpha\in(0,1/2]$。

② 此处应用了凸分析中关于凸函数的一种定义：$s(x)$为 N 元凸函数，当且仅当它可以表示为 $s(x)\equiv\max_{(a,b)\in\Omega}(a\cdot x+b)$，其中，$a\in R^N$，$b\in R$，$\Omega\subset R^{N+1}$。

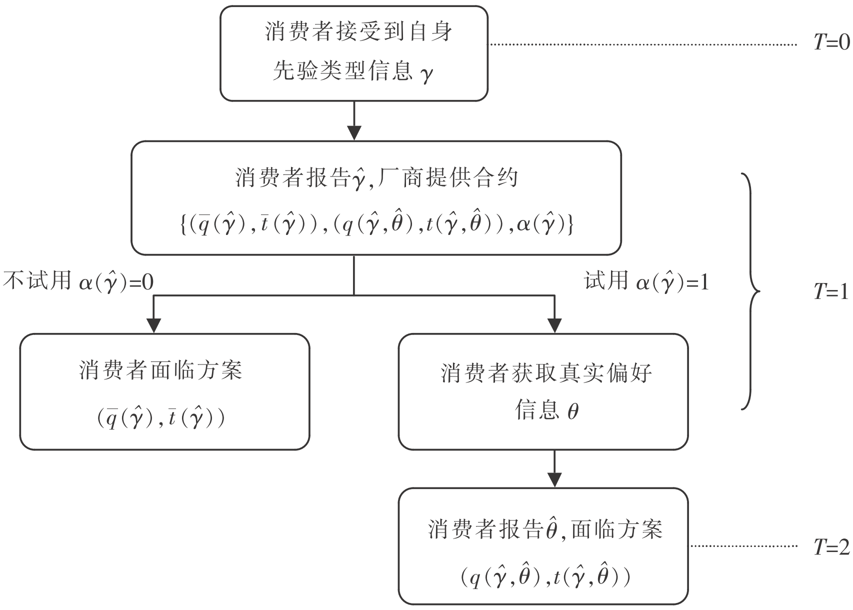

图 1　博弈的时序

$$\text{s.t.IR}:\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q(\gamma,\theta))-t(\gamma,\theta)]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+[1-\alpha(\gamma)][\gamma V(\bar{q}(\gamma))-\bar{t}(\gamma)]\geqslant 0,\forall\gamma$$

完全信息下垄断厂商抽取全部经济租金,所以约束对任意的 γ 均取紧,垄断厂商的优化问题变为:

$$\rho:\max_{\{\alpha,q,\bar{q}\}}\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}}\left\{\begin{array}{c}\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q(\gamma,\theta))-C(q(\gamma,\theta))-k]d\hat{G}(\theta|\gamma)+\\(1-\alpha(\gamma))[\gamma V(\bar{q}(\gamma))-C(\bar{q}(\gamma))]\end{array}\right\}\mathrm{d}F(\gamma)$$

求解该优化问题,即是分别对 $\alpha(\gamma)$,$q(\gamma,\theta)$和$\bar{q}(\gamma)$加以逐点优化(在积分号内进行最优化),可得:$q^{FB}(\gamma,\theta)=\underset{x\geqslant 0}{\operatorname{argmax}}[\theta V(x)-C(x)]$,$\bar{q}^{FB}(\gamma)=\underset{x\geqslant 0}{\operatorname{argmax}}[\gamma V(x)-C(x)]$。规划问题 ρ 的积分号中,$\alpha(\gamma)$的系数可整理成 $Z(\gamma)-k$。所以当 $k\geqslant Z(\gamma)$时,$\alpha(\gamma)=0$;当 $k<Z(\gamma)$时,$\alpha(\gamma)=1$。再对 $Z(\gamma)$求导可得:

$$\begin{aligned}Z'(\gamma)&=\frac{\partial}{\partial\gamma}\mathrm{E}[\theta V(q^{FB}(\gamma,\theta))-C(q^{FB}(\gamma,\theta))|\gamma]-V(\bar{q}^{FB}(\gamma))\\&=\frac{\partial}{\partial\gamma}\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q^{FB}(\gamma,\theta))-C(q^{FB}(\gamma,\theta))]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)-V(\bar{q}^{FB}(\gamma))\\&=\frac{\partial}{\partial\gamma}\left\{\begin{array}{c}[\theta V(q^{FB}(\gamma,\theta))-C(q^{FB}(\gamma,\theta))]\hat{G}(\theta|\gamma)|_{-\infty}^{+\infty}-\\\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{FB}(\gamma,\theta))\hat{G}(\theta|\gamma)\mathrm{d}\theta\end{array}\right\}-V(\bar{q}^{FB}(\gamma))\\&=\left\{\begin{array}{c}[\theta V(q^{FB}(\gamma,\theta))-C(q^{FB}(\gamma,\theta))]\hat{G}_{\gamma}(\theta|\gamma)|_{-\infty}^{+\infty}-\\\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{FB}(\gamma,\theta))\dfrac{\hat{G}_{\gamma}(\theta|\gamma)}{\hat{g}(\theta|\gamma)}\mathrm{d}\hat{G}_{\gamma}(\theta|\gamma)\end{array}\right\}-V(\bar{q}^{FB}(\gamma))\end{aligned}$$

$=\mathrm{E}[V(q^{FB}(\gamma,\theta))|\gamma]-V(\bar{q}^{FB}(\gamma))$

为了讨论 $Z(\cdot)$ 的性质,本文先提出:

引理1A:$V(\bar{q}^{FB}(\theta))$ 是关于 θ 的严格凹函数。

关于引理1A的证明。将 $V(\bar{q}^{FB}(\theta))$ 关于 θ 求二阶导可得:

$$\frac{d^2V(\bar{q}^{FB}(\theta))}{d\theta^2}=V''(\bar{q}^{FB}(\theta))\left(\frac{d\bar{q}^{FB}(\theta)}{d\theta}\right)^2+V'(\bar{q}^{FB}(\theta))\frac{d^2\bar{q}^{FB}(\theta)}{d\theta^2} \tag{1}$$

由一阶条件 Z:

$$\theta V'(\bar{q}^{FB}(\theta))-C'(\bar{q}^{FB}(\theta))=0 \tag{2}$$

可得:

$$\frac{d\bar{q}^{FB}(\theta)}{d\theta}=-\frac{V'(\bar{q}^{FB}(\theta))}{\theta V''(\bar{q}^{FB}(\theta))-C''(\bar{q}^{FB}(\theta))}>0 \tag{3}$$

$$\frac{d^2\bar{q}^{FB}(\theta)}{d\theta^2}=\frac{\left[\begin{array}{c}2V''(\bar{q}^{FB}(\theta))V'(\bar{q}^{FB}(\theta))\\+V'(\bar{q}^{FB}(\theta))(\theta V'''(\bar{q}^{FB}(\theta))-C'''(\bar{q}^{FB}(\theta)))\dfrac{d\bar{q}^{FB}(\theta)}{d\theta}\end{array}\right]}{(\theta V''(\bar{q}^{FB}(\theta))-C''(\bar{q}^{FB}(\theta)))^2} \tag{4}$$

因此,

$$\frac{d^2V(\theta)}{d\theta^2}=\left[3V''(\bar{q}^{FB}(\theta))-\frac{(\theta V'''(\bar{q}^{FB}(\theta))-C'''(\bar{q}^{FB}(\theta)))V'(\bar{q}^{FB}(\theta))}{\theta V''(\bar{q}^{FB}(\theta))-C''(\bar{q}^{FB}(\theta))}\right]\left(\frac{d\bar{q}^{FB}(\theta)}{d\theta}\right)^2 \tag{5}$$

由假设3可知 $\dfrac{d^2V(\theta)}{d\theta^2}<0$,引理1A得证。

以上推导中用到了 $\lim_{\theta\to-\infty}\dfrac{\partial}{\partial\gamma}\hat{G}(\theta|\gamma)=0$,$\lim_{\theta\to+\infty}\dfrac{\partial}{\partial\gamma}\hat{G}(\theta|\gamma)=0$①。由引理1A,$\mathrm{E}(V(q^{FB}(\gamma,\theta))|\gamma)=\mathrm{E}(V(\bar{q}^{FB}(\theta))|\gamma)<V(\bar{q}^{FB}(\mathrm{E}(\theta|\gamma)))=V(\bar{q}^{FB}(\gamma))$。

此处还用到了詹森不等式和函数 $V(q^{SB}(\cdot))$ 的严格凹性,有 $Z'(\gamma)<0$。因假设4成立,根据介值定理,存在唯一的 $\gamma^*\in(\underline{\gamma},\bar{\gamma})$ 使 $Z(\gamma^*)=k$。由此可得,当 $\gamma<\gamma^*$ 时,$\alpha^{FB}(\gamma)=1$;当 $\gamma\geqslant\gamma^*$ 时,$\alpha^{FB}(\gamma)=0$。

接下来需要求解转移支付 $\bar{t}^{FB}(\gamma)$,$t^{FB}(\gamma,\theta)$。由 $\alpha^{FB}(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q^{FB}(\gamma,\theta))-t^{FB}(\gamma,\theta)]d\hat{G}(\theta|\gamma)+[1-\alpha(\gamma)][\gamma V(\bar{q}^{FB}(\gamma))-\bar{t}^{FB}(\gamma)]=0$,可得相应的支付 $t^{FB}(\gamma,\theta)$ 和 $\bar{t}^{FB}(\gamma)$。综上可得:

命题1:完全信息下,厂商按如下规则选择 $\alpha(\gamma)$,$\bar{q}(\gamma)$,$q(\gamma,\theta)$,$\bar{t}(\gamma)$,$t(\gamma,\theta)$:①如 $\gamma<\gamma^*$,则厂商向消费者提供样品,$\alpha^{FB}(\gamma)=1$,消费量为:$q^{FB}(\gamma,\theta)=\arg\max_{x\geqslant0}[\theta V(x)-C(x)]$,消费者所做的支付 $t^{FB}(\gamma,\theta)$ 满足:$\int_{-\infty}^{+\infty}t^{FB}(\gamma,\theta)d\hat{G}(\theta|\gamma)=\int_{-\infty}^{+\infty}\theta V(q^{FB}(\gamma,\theta))d\hat{G}(\theta|\gamma)$。②如 $\gamma\geqslant\gamma^*$,则厂商不向消费者提供样品,$\alpha^{FB}(\gamma)=0$,消费量为 $\bar{q}^{FB}(\gamma)=\arg\max_{x\geqslant0}[\gamma V(x)-C(x)]$,消费者所做的支付 $\bar{t}^{FB}(\gamma)$ 满足 $\bar{t}^{FB}(\gamma)=\gamma V(\bar{q}^{FB}(\gamma))$,其中 γ^* 由 $Z(\gamma)=k$ 给出。

这里,一方面,相对于根据更为准确的后验信息 $\tilde{\theta}$ 做决策,厂商根据消费者的先验信息 $\tilde{\gamma}$ 提供合

① 注意到,$\lim_{\theta\to-\infty}\hat{G}(\theta|\gamma)=0$,$\lim_{\theta\to+\infty}\hat{G}(\theta|\gamma)=1$。

约菜单的做法会犯弃真(向真实类型较高的消费者提供较少产品)或纳伪(向真实类型较低的消费者提供较多产品)的错误,从而引起收益损失。另一方面,向消费者提供免费试用样品要求厂商支付一定成本。低需求消费者的事前购买意愿较弱,其试用样品后购买意愿增强的可能性较大。这样,使用事前信息决策会产生较大的收益损失。换言之,此时样品试用可以给厂商带来较大的收益增加空间。而高需求消费者试用样品后购买意愿的提升空间不大,从而厂商利润上升空间较小。所以,厂商应该向低需求消费者提供样品,而选择与高需求消费者直接交易。

本命题为厂商的分类营销策略提供了一些借鉴。厂商可以根据初期报告对消费者加以初筛。对高需求个体,应直接向其提供消费合约,无需进一步甄别其类型。而对低需求个体,厂商的首要任务是培育市场,即通过免费试用来让他们更准确地了解自己的真实偏好。这样做虽然要付出一定的成本, 但可以提高消费者的购买意愿, 增强品牌认同,从而可以在未来收获更高利润。图 2 给出了完全信息下消费者的划分情况。

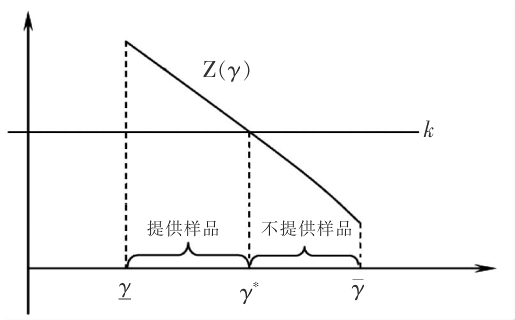

图 2　完全信息下的消费者划分

实践中企业筛选消费者的手段虽各有不同,但结果上企业大多倾向于将试用机会提供给低端客户。在工业和信息化部多次“提速降费”要求下,2017 年年底中国移动推出了新的 0 月租的流量卡。然而该长达 6 个月免费试用的优惠套餐只针对新用户群体, 老用户除非开通新号并放弃原有手机号码,否则无法获取该套餐。绝大多数老用户因为不愿变更手机号码而只能继续使用原套餐。联通、电信等其他运营商也都使用过类似的策略将老用户排除在新的免费试用套餐之外。这是因为老用户通常支付意愿较高, 通讯公司从其身上收取高费用相对容易, 继续培育这类用户的收益不大。而新进入的移动用户群体主要是由学生或刚步入社会的年轻人构成,事前支付意愿通常较低,通讯公司直接与其交易也很难收到高费用, 所以更愿意向这些用户提供免费试用机会以期待其能被培育成高端用户。还有一些相对隐蔽的筛选方式。别克汽车公司会为客户提供新车型的免费试驾服务,但是顾客真正获得试驾机会必须提前填写申请、预约并等待一段时间。对是否购买新车比较犹豫的客户会相对更重视这个试驾机会,而支付意愿高的客户则更倾向于尽早购买。其他事例还包括游戏试玩,药商若干疗程内提供的免费药,超市促销食品开展免费试吃等。参与这些试用活动的消费者基本都属于低意愿客户群体。

2. 不完全信息下的最优配置

不完全信息下的动态机制中,激励相容条件要求代理人在两期均真实报告私人信息。IC_2 保证那些事前类型属于 $\Gamma'=\{\gamma\in\Gamma|\alpha(\gamma)>0\}$ 的消费者在 $T=2$ 阶段会诚实申报信息:

$$IC_2:\theta V(q(\gamma,\theta)-t(\gamma,\theta))\geqslant\theta V(q(\gamma,\hat{\theta}))-t(\gamma,\hat{\theta}),\ \forall\gamma\in\Gamma',\theta,\hat{\theta}\in\Theta$$

第一阶段的激励相容约束为:$IC_1:U(\gamma)\geqslant\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma),\ \forall\gamma,\hat{\gamma}\in\Gamma$。其中:

$$\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)\equiv\left[\alpha(\hat{\gamma})\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q(\hat{\gamma},\theta))-t(\hat{\gamma},\theta)]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+(1-\alpha(\hat{\gamma}))[\gamma V(\bar{q}(\hat{\gamma}))-\bar{t}(\hat{\gamma})]\right]$$

$$U(\gamma)\equiv\widetilde{U}(\gamma,\gamma)=\begin{bmatrix}\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q(\gamma,\theta))-t(\gamma,\theta)]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+\\(1-\alpha(\gamma))[\gamma V(\bar{q}(\gamma))-\bar{t}(\gamma)]\end{bmatrix}$$

事前参与约束为 IR：$U(\gamma)\geqslant 0,\forall\gamma\in\Gamma$。

垄断厂商从与先验类型为 γ 的消费者处获得的期望收益 $W(\gamma)$ 等于社会总剩余与信息租金 $U(\gamma)$ 之差，其中：

$$W(\gamma)\equiv\left\{\begin{aligned}&\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q(\gamma,\theta))-C(q(\gamma,\theta))-k]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+\\&(1-\alpha(\gamma))[\gamma V(\bar{q}(\gamma))-C(\bar{q}(\gamma))]\end{aligned}\right\}-U(\gamma)\tag{6}$$

厂商总的期望收益为：

$$W=\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}}W(\gamma)\mathrm{d}F(\gamma)\tag{7}$$

综上，厂商最优非线性定价机制设计问题可表示为：

$$\begin{aligned}\rho^{I}:&\max_{\{\alpha(\gamma),\bar{t}(\gamma),\bar{q}(\gamma),t(\gamma,\theta),q(\gamma,\theta)\}}\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}}W(\gamma)\mathrm{d}F(\gamma)\\&\text{s.t.}(\mathrm{IC}_2),(\mathrm{IC}_1),(\mathrm{IR})\end{aligned}\tag{8}$$

本文遵循标准合约设计方法，先求解仅考虑局部激励约束满足时的问题（又称放松问题，Relaxed Problem）的解，再验证该解是否能满足全局激励约束，如果满足则此解给出最优合约，如不满足则需要对此解加以修正，由此可解得垄断厂商最优动态非线性定价合约。引理 1 给出了第二阶段全局激励相容约束 (IC_2) 成立的条件：

引理 1：令 $u(\gamma,\theta)\equiv\theta V(q(\gamma,\theta))-t(\gamma,\theta)$，则当且仅当以下两个条件成立时，存在 $t(\gamma,\theta)$，使得 (IC_2) 成立：①IM_2：$q(\gamma,\theta)$ 关于 θ 单调非减；②EN_2：$\partial u(\gamma,\theta)/\partial\theta=V(q(\gamma,\theta))$。

引理 1 中的条件 1 被称为第二阶段的可实施性条件（Implementability Condition，IM_2），条件 2 被称为第二阶段的包络条件（Envelop Condition，EN_2），二者保证了静态合约的全局激励相容性 IC_2 成立。该引理可采用静态合约情形中的标准方法证明，在此省略。(IC_1) 要求①：

$$\left(\frac{\partial\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)}{\partial\hat{\gamma}}\right)_{\hat{\gamma}=\gamma}=0\tag{9}$$

将该式代入 $U'(\gamma)$，同时应用第二阶段包络条件 EN_2（引理 1 中的条件 2）和分部积分技术可得第一阶段的包络性条件：

$$\begin{aligned}EN_1:U'(\gamma)&=-\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\partial\hat{G}(\theta|\gamma)/\partial\gamma}{\hat{g}(\theta|\gamma)}V(q(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+[1-\alpha(\gamma)]V(\bar{q}(\gamma))\\&=\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}V(q(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+[1-\alpha(\gamma)]V(\bar{q}(\gamma))\end{aligned}\tag{10}$$

其中，$\frac{\partial G(\theta|\gamma)/\partial\gamma}{g(\theta|\gamma)}=-1$。易见，$U'(\gamma)\geqslant 0$，因此（IR）必在区间左端点处取紧：

$$U(\underline{\gamma})=0\tag{11}$$

则应用分部积分可得：

$$\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}}U(\gamma)\mathrm{d}F(\gamma)=\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}}U'(\gamma)\frac{1-F(\gamma)}{f(\gamma)}\mathrm{d}F(\gamma)$$

① 由 $V(\cdot)$ 的连续性，$U(\gamma)$、$\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)$ 均为连续函数，又因为 $U(\gamma)$、$\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)$ 有界，所以 $U(\gamma)$、$\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)$ 分别关于 γ、$\hat{\gamma}$ 几乎处处可微。

$$=\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}} h(\gamma)\left[\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty} V(q(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+[1-\alpha(\gamma)]V(\bar{q}(\gamma))\right]\mathrm{d}F(\gamma)$$

其中，$h(\gamma)\equiv\dfrac{1-F(\gamma)}{f(\gamma)}$。

综上，原问题 P 可化为以下放松问题(Relaxed Problem)：

$$\rho r:\max_{(\alpha,\bar{q},q)}\int_{\underline{\gamma}}^{\bar{\gamma}}\left\{\begin{array}{l}\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[(\theta-h(\gamma))V(q(\gamma,\theta))-C(q(\gamma,\theta))-k]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+\\ (1-\alpha(\gamma))[(\gamma-h(\gamma))V(\bar{q}(\gamma))-C(\bar{q}(\gamma))]\end{array}\right\}\mathrm{d}F(\gamma)$$

求解次优合约的步骤为：先对 ρr 进行逐点优化求出 $\alpha(\gamma)$，$q(\gamma,\theta)$，$\bar{q}(\gamma)$，再验证所得的解是否符合 IC_1：$U(\gamma)\geqslant\tilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)$，$\forall\gamma,\hat{\gamma}\in\Gamma$。如符合，则以上求得的合约即为所要的次优契约；如不符合，则需要对这些解加以修正。

具体地，首先求问题(ρr)的解 $\alpha^{SB}(\gamma)$、$\bar{q}^{SB}(\gamma)$和 $q^{SB}(\gamma,\theta)$。将(ρr)的目标函数对 $q(\gamma,\theta)$和$\bar{q}(\gamma)$进行逐点优化可得：

$$q^{SB}(\gamma,\theta)=\operatorname*{argmax}_x\ (\theta-h(\gamma))V(x)-C(x)$$

$$\bar{q}^{SB}(\gamma)=\operatorname*{argmax}_x\ (\gamma-h(\gamma))V(x)-C(x)$$

这里 $\alpha(\gamma)$的系数为$\tilde{Z}(\gamma)-k$，所以，当$\tilde{Z}(\gamma)>k$ 时，$\alpha^{SB}(\gamma)=1$；当$\tilde{Z}(\gamma)\leqslant k$ 时，$\alpha^{SB}(\gamma)=0$。由定义：$\tilde{Z}(\gamma)\equiv\mathrm{E}[\max_x[(\theta-h(\gamma))V(x)-C(x)|\gamma]-\max_x[(\gamma-h(\gamma))V(x)-C(x)]$。

$$\tilde{Z}=\left[\begin{array}{l}\int_{-\infty}^{+\infty}\{(\theta-h(\gamma))V(q^{SB}(\gamma,\theta))-C(q^{SB}(\gamma,\theta))\}\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)-\\ \{[\gamma-h(\gamma)]V(\bar{q}^{SB}(\gamma))-C(\bar{q}^{SB}(\gamma))\}\end{array}\right]，求导可得：$$

$$\begin{aligned}\tilde{Z}'(\gamma)=&\int_{-\infty}^{+\infty}[(\theta-h(\gamma))V(q^{SB}(\gamma,\theta))-C(q^{SB}(\gamma,\theta))]\mathrm{d}\hat{G}_\gamma(\theta|\gamma)-\\ &\int_{-\infty}^{+\infty}h'(\gamma)V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)-[1-h'(\gamma)]V(\bar{q}^{SB}(\gamma))\\ =&\{[\theta-h(\gamma)]V(q^{SB}(\gamma,\theta))-C(q^{SB}(\gamma,\theta))\}\hat{G}_\gamma(\theta|\gamma)|_{-\infty}^{+\infty}-\\ &\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\hat{G}_\gamma(\theta|\gamma)}{\hat{g}(\theta|\gamma)}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)-\\ &\int_{-\infty}^{+\infty}h'(\gamma)V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)-[1-h'(\gamma)]V(\bar{q}^{SB}(\gamma))\\ =&[1-h'(\gamma)]\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)-V(\bar{q}^{SB}(\gamma)\right\}\end{aligned}$$

应用和完全信息情形下类似的方法可以证明：当假设 3 成立时 $V(q^{SB}(\gamma,\theta))$是 θ 的凹函数。因此，$\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma,\theta))|\gamma]<V(q^{SB}(\gamma,\mathrm{E}(\theta|\gamma)))=V(\bar{q}^{SB}(\gamma))$，因此，$\tilde{Z}'(\gamma)<0$。假设 4 表明：存在唯一临界值 $\gamma^{**}\in(\underline{\gamma},\bar{\gamma})$使得$\tilde{Z}(\gamma)=k$，$\alpha^{SB}(\gamma)=\begin{cases}1,\gamma<\gamma^{**}\\ 0,\gamma\geqslant\gamma^{**}\end{cases}$。

再验证简化问题(ρr)的解也是原问题(ρ')的解。本文需要验证以上给出的配置满足激励相容 IC_1 条件。激励相容约束要求：

$$\Delta=U(\gamma)-\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)\geqslant 0,\ \forall\gamma,\hat{\gamma} \tag{12}$$

注意到：

$$U'(\gamma)=\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}V(q(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+(1-\alpha(\gamma))V(\bar{q}(\gamma)) \tag{13}$$

$$\frac{\partial\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)}{\partial\gamma}=\alpha(\hat{\gamma})\int_{-\infty}^{+\infty}V(q(\hat{\gamma},\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+(1-\alpha(\hat{\gamma}))V(\bar{q}(\hat{\gamma})) \tag{14}$$

根据定义有 $U(\hat{\gamma})=\widetilde{U}(\hat{\gamma},\hat{\gamma})$，可得下式：

$$\begin{aligned}\Delta&=U(\gamma)-U(\hat{\gamma})-\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)+\widetilde{U}(\hat{\gamma},\hat{\gamma})\\&=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}U'(\tau)-\frac{\partial\widetilde{U}(\hat{\gamma},\tau)}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau\\&=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}\int_{-\infty}^{+\infty}[\alpha(\gamma)V(q(\gamma,\theta))-\alpha(\hat{\gamma})V(q(\hat{\gamma},\theta))]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)\mathrm{d}\gamma+\\&\quad\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}[(1-\alpha(\gamma))V(\bar{q}(\gamma))-(1-\alpha(\hat{\gamma}))V(q(\hat{\gamma}))]\mathrm{d}\gamma\end{aligned}$$

下面分四种情形来验证 $\Delta\geqslant 0,\ \forall\gamma,\hat{\gamma}$。

情形 1：$\gamma<\gamma^{**},\hat{\gamma}<\gamma^{**}$，此时 $\alpha^{SB}(\gamma)=1,\alpha^{SB}(\hat{\gamma})=1$。则：

$$\Delta=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}\mathrm{E}[V(q(\gamma,\theta))-V(q(\hat{\gamma},\theta))|\gamma]\mathrm{d}\gamma \tag{15}$$

由一阶条件 $(\theta-h(\gamma))V'(q^{SB}(\gamma,\theta))-C''(q^{SB}(\gamma,\theta))=0$，等式两边同时关于 γ 求导，可得：$\frac{\partial q^{SB}(\gamma,\theta)}{\partial\gamma}=-\frac{h'(\gamma)V'(q^{SB}(\gamma,\theta))}{C''(q^{SB}(\gamma,\theta))-(\theta-h(\gamma))V''(q^{SB}(\gamma,\theta))}>0$，所以 $\frac{\partial V(q^{SB}(\gamma,\theta))}{\partial\gamma}=V'(q^{SB}(\gamma,\theta))\frac{\partial q^{SB}(\gamma,\theta)}{\partial\gamma}>0$。从而可得：$\Delta>0$。

情形 2：$\gamma\geqslant\gamma^{**},\hat{\gamma}\geqslant\gamma^{**}$，此时 $\alpha^{SB}(\gamma)=0,\alpha^{SB}(\hat{\gamma})=0$。则：

$$\Delta=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}V(\bar{q}^{SB}(\gamma))-V(\bar{q}^{SB}(\hat{\gamma}))\mathrm{d}\gamma \tag{16}$$

由 $\frac{\partial V(\bar{q}^{SB}(\gamma))}{\partial\gamma}>0$，可得：$\Delta>0$。

情形 3：$\gamma<\gamma^{**},\hat{\gamma}>\gamma^{**}$，此时 $\alpha^{SB}(\gamma)=1,\alpha^{SB}(\hat{\gamma})=0$。则：

$$\Delta=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma,\theta))|\gamma]-V(\bar{q}^{SB}(\hat{\gamma}))\mathrm{d}\gamma$$

由假设 3 及引理 1A 可知 $V(q(Y))$ 是关于 Y 的凹函数，其中，$Y=\theta-h(\gamma^{**})$，$q(Y)=\bar{q}^{FB}(\gamma)=\mathrm{argmax}_x\,YV(x)-C(x)$，所以有：

$$\begin{aligned}\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma^{**},\theta))|\gamma^{**}]&=\mathrm{E}[V(\bar{q}^{FB}(Y)|\gamma^{**})]<V(\bar{q}^{FB}(\mathrm{E}(Y|\gamma^{**})))\\&=V(\bar{q}^{FB}(\gamma^{**}-h(\gamma^{**})))=V(\bar{q}^{FB}(\gamma^{**}))\end{aligned}$$

由一阶随机占优假设可得：$\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma^{**},\theta))|\gamma^{**}]-\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma^{**},\theta))|\gamma]>0$①。由此，$\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma^{**},\theta))|\gamma]<$

① 此处应用了如下结论：如参数 γ 在一阶随机占优意义上影响随机变量 x 的分布，即 $F_\gamma(x)\leqslant 0$，$H(\cdot)$ 为严格增函数，则 $\mathrm{E}[\mathrm{H}(x)|\gamma]$ 是 γ 的增函数。

$\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma^{**},\theta))|\gamma^{**}]<V(\overline{q}^{FB}(\gamma^{**}))$。

由于 $q^{SB}(\gamma,\theta)$ 和 $\overline{q}^{SB}(\gamma)$ 都在 γ 上单调递增，所以 $\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma,\theta))|\gamma]<\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma^{**},\theta))|\gamma]<V(\overline{q}^{SB}(\gamma^{**}))<V(\overline{q}^{FB}(\hat{\gamma}))$。

综上可得：$\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma,\theta))|\gamma]-V(\overline{q}^{SB}(\hat{\gamma}))<0$，所以 $\Delta=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}\{\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma,\theta))|\gamma]-V(\overline{q}^{SB}(\hat{\gamma}))\}\mathrm{d}\gamma>0$（注意积分限 $\gamma<\hat{\gamma}$）。

情形 4：当 $\gamma>\gamma^{**},\hat{\gamma}<\gamma^{**}$ 时，此时 $\alpha(\gamma)=0,\alpha(\hat{\gamma})=1$，则 $\Delta=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}\{V(\overline{q}^{SB}(\gamma))-\mathrm{E}[V(q^{SB}(\hat{\gamma},\theta))|\gamma]\}\mathrm{d}\gamma$。类似于情形 3，有 $V(\overline{q}^{SB}(\gamma))>V(\overline{q}^{SB}(\gamma^{**}))>\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma^{**},\theta))|\gamma^{**}]>\mathrm{E}[V(q^{SB}(\gamma,\theta))|\gamma]$，又因为 $\gamma>\hat{\gamma}$，所以 $\Delta>0$。

综合这四种情形可以发现，在放松问题（ρr）的解所给出的合约配置下，消费者不能通过谎报自身先验类型 γ 而获益，所以放松问题（ρr）的解也是原最优合约问题（ρr）的解。则由 $\alpha^{SB}(\gamma),q^{SB}(\gamma,\theta),\overline{q}^{SB}(\gamma)$ 可求得相应的支付 $t^{SB}(\gamma,\theta),\overline{t}^{SB}(\gamma)$。

最后确定支付 $\overline{t}^{SB}(\gamma),t^{SB}(\gamma,\theta)$。由 EN_1 和 $U(\underline{\gamma})=0$ 可得：

$$U(\gamma)=\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}U'(\gamma)d\gamma=\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}\left[\begin{array}{c}\alpha^{SB}(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}_{\gamma}(\theta|\gamma)+\\ [1-\alpha^{SB}(\gamma)]V(\overline{q}^{SB}(\gamma))\end{array}\right]\mathrm{d}\gamma \tag{17}$$

另一方面，根据定义：

$$U(\gamma)=\left[\begin{array}{c}\alpha^{SB}(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q^{SB}(\gamma,\theta))-t^{SB}(\gamma,\theta)]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+\\ [1-\alpha^{SB}(\gamma)][\gamma V(\overline{q}(\gamma))-\overline{t}^{SB}(\gamma)]\end{array}\right] \tag{18}$$

令以上两式相等可得：

（1）当 $\gamma<\gamma^{**}$ 时，$\alpha^{SB}(\gamma)=1$，$\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)\mathrm{d}\gamma=\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q^{SB}(\gamma,\theta))-t^{SB}(\gamma,\theta)]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)$。由此，可得：$\int_{-\infty}^{+\infty}t^{SB}(\gamma,\theta)\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\theta V(q^{SB}(\gamma,\theta))-\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\gamma\right]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)$。

（2）当 $\gamma\geqslant\gamma^{**}$ 时，$\alpha^{SB}(\gamma)=0,\gamma V(\overline{q}^{SB}(\gamma))-\overline{t}^{SB}(\gamma)=\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}\left[\alpha(s)\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{SB}(s,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|s)+[1-\alpha(s)]V(\overline{q}^{SB}(s))\right]\mathrm{d}s=\left[\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma^{**}}\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)\mathrm{d}\gamma+\int_{\gamma^{**}}^{\gamma}V(\overline{q}^{SB}(\gamma))\mathrm{d}\gamma\right]$，因此，有：$\overline{t}^{SB}(\gamma)=\gamma V(\overline{q}^{SB}(\gamma))-\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma^{**}}\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)\mathrm{d}\gamma-\int_{\gamma^{**}}^{\gamma}V(\overline{q}^{SB}(s))\mathrm{d}s$。

综上，可得：

命题 2：不完全信息下的次优合同 $\{\overline{t}^{SB}(\gamma),t^{SB}(\gamma,\theta),\overline{q}^{SB}(\gamma),q^{SB}(\gamma,\theta),\alpha^{SB}(\gamma)\}$ 满足：①如首期汇报 $\gamma<\gamma^{**}$，则厂商向消费者提供样品且等待下一期与其交易，此时 $\alpha^{SB}(\gamma)=1,q^{SB}(\gamma,\theta)=\mathrm{argmax}_x(\theta-h(\gamma))V(x)-C(x)$，收取的费用满足 $t^{SB}(\gamma,\theta)$：$\int_{-\infty}^{+\infty}t^{SB}(\gamma,\theta)\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\theta V(q^{SB}(\gamma,\theta))-\int_{\gamma^{**}}^{\gamma}V(\overline{q}^{SB}(s))\mathrm{d}s\right]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)$；②如首期汇报 $\gamma\geqslant\gamma^{**}$，则厂商在当期与消费者交易且不向消费者提供样品，即 $\alpha^{SB}(\gamma)=0$，$\overline{q}^{SB}(\gamma)=$

$\arg\max_x(\gamma-h(\gamma))V(x)-C(x)$，所收取的价格为：$\bar{t}^{SB}(\gamma)=\gamma V(\bar{q}^{SB}(\gamma))-\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma^{**}}\int_{-\infty}^{+\infty}V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)\mathrm{d}\gamma-\int_{\gamma^{**}}^{\gamma}V(\bar{q}^{SB}(s))\mathrm{d}s$，其中临界 $\gamma^{**}\in(\underline{\gamma},\bar{\gamma})$ 由 $\tilde{Z}(\gamma)=k$ 给出。

垄断厂商根据消费者在初始申报决定是否向其提供样品的做法相当于向消费者提供一个试用样品的选择权。当消费者放弃该权利时，获得即期合约菜单$\{\bar{t}(\gamma),\bar{q}(\gamma)\}$；当消费者使用该权利时，获得下期合约$\{t(\gamma,\theta),q(\gamma,\theta)\}$。根据消费者是否接受该项选择权，厂商对消费者类型做了初步甄别。与静态环境类似，相较于完全信息下的社会最优情形，不完全信息的合约中，消费量除了在顶部($\bar{\gamma}$处）均发生了向下的扭曲。临界值 γ^{**} 相较于 γ^{*} 的扭曲效应则是本文接下来将讨论的内容。令 $M(\gamma)\equiv\max_{x\geqslant 0}[\gamma V(x)-C(x)]$，则根据 $Z(\gamma)$和$\tilde{Z}(\gamma)$的定义有：

$$Z(\gamma)=\mathrm{E}[M(\theta)|\gamma]-M(\gamma)=\mathrm{E}[M(\gamma+s)|\gamma]-M(\gamma)$$

$$\begin{aligned}\tilde{Z}(\gamma)&=\mathrm{E}[M(\theta-h(\gamma))|\gamma]-M(\gamma-h(\gamma))\\&=\mathrm{E}[M(\gamma-h(\gamma)+s)|\gamma]-M(\gamma-h(\gamma))\\&=Z(\gamma-h(\gamma))\end{aligned}$$

所以 $\gamma^{*}=\gamma^{**}-h(\gamma^{**})=Z^{-1}(k)$。由此，可得：

命题3：最优分割规则 γ^{*} 和次优分割规则 γ^{**} 的关系为：$\gamma^{*}=\gamma^{**}-h(\gamma^{**})$。

如消费者不试用样品，其不了解自身真实偏好，则必须承受未来不确定性。为了使风险规避的消费者接受合约，厂商必须在事前为其提供保险，这对厂商是一种额外的成本。如果厂商向消费者提供试用样品试用机会，就可以节省这种保险成本。在完全信息下，每种类型的消费者的保留效用都为0，这种保险成本比较小；而在非对称信息情形下，厂商所提供的事前合约除了要保证消费者获得保留效用外，还应保证其获得类型依赖的信息租金，因而这种保险成本较大。因此，相对于完全信息情形，在不完全信息下，厂商向消费者提供样品会令其节约更多保险成本，从而获得收益更大($\tilde{Z}(\gamma)\geqslant Z(\gamma)$)，所以不完全信息将促使厂商向更多的消费者提供样品。从图3可以看到：$\gamma^{*}<\gamma^{**}$。

一个数值例子。下面本文通过具体算例求解了最优及次优合约中各类型消费者的消费量，以及两种情形下的临界类型 γ^{*}，γ^{**}。

例1：假设 $V(q)=q^{a}$，$C(q)=cq^{2}$，γ 为$[\underline{\gamma},\bar{\gamma}]$上的均匀分布，$\tilde{s}\sim\mathrm{N}(0,\sigma^{2})$，则 $h(\gamma)=\bar{\gamma}-\gamma$。令 $a=\frac{1}{2}$，$c=\frac{1}{4}$，$\sigma=1$，$\underline{\gamma}=1$，$\bar{\gamma}=2$，$k=0.2$。

由命题1，完全信息下：$\bar{q}^{FB}(\gamma)=\gamma^{\frac{2}{3}}$，$q^{FB}(\gamma,\theta)=\theta^{\frac{2}{3}}$，$Z(\gamma)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{3}{4}(\gamma+\tilde{s})^{\frac{4}{3}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\tilde{s}^{2}}{2}}\mathrm{d}\tilde{s}-\frac{3}{4}\gamma^{\frac{4}{3}}$。

由 $h(\gamma)=\bar{\gamma}-\gamma$ 可知，不完全信息下事前的虚拟价值为 $\gamma-h(\gamma)=2\gamma-\bar{\gamma}=2\gamma-2$，事后的虚拟价值为 $\theta-h(\gamma)=\theta+\gamma-\bar{\gamma}=\theta+\gamma-2$。由命题2，不完全信息下：$\bar{q}^{SB}(\gamma)=(2\gamma-2)^{\frac{2}{3}}$，$q^{SB}(\gamma,\theta)=(\theta+\gamma-2)^{\frac{2}{3}}$，$\tilde{Z}(\gamma)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{3}{4}(2\gamma-2+\tilde{s})^{\frac{4}{3}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\tilde{s}^{2}}{2}}\mathrm{d}\tilde{s}-\frac{3}{4}(2\gamma-2)^{\frac{4}{3}}$。

令 $Z(\gamma^{*})=\tilde{Z}(\gamma^{**})=k=0.2$，可近似解得 $\gamma^{*}=1.34$，$\gamma^{**}=1.67$。$Z(\gamma)$，$\tilde{Z}(\gamma)$如图4所示。

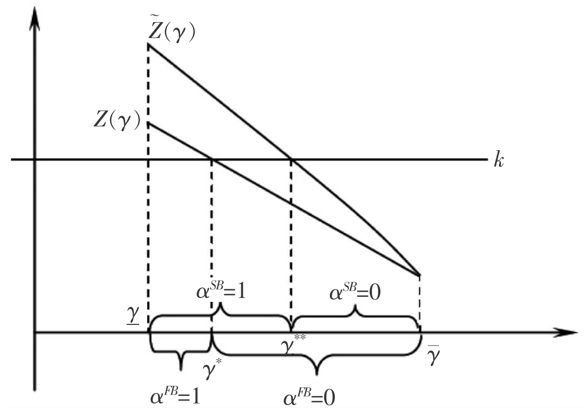

图 3　不完全信息下的消费者划分

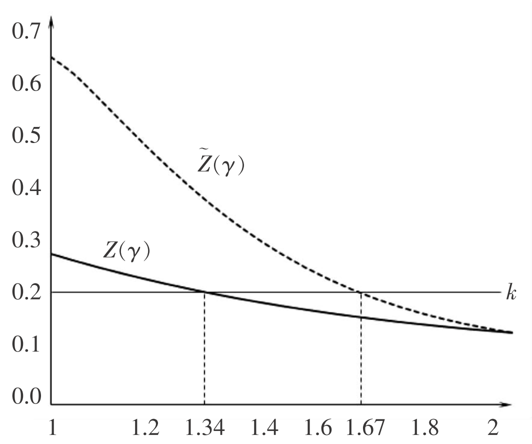

图 4　例 1 中的相关曲线

3. 放松$\tilde\gamma$与$\tilde s$之间相互独立假设的一般情形

上文中假设消费者的先验类型$\tilde\gamma$和随机扰动项$\tilde s$相互独立，而实际上这种假设往往并不成立。比如，一个十分喜爱 iPhone 产品的消费者(γ 较大)对新一代 iPhone 产品性能的估计会比那些不喜欢 iPhone 手机的消费者(γ 较小)准确一些，这表明$\tilde s$的方差依赖于$\tilde\gamma$。独立性假设被放松后，放松问题(ρr)可以表示为：

$$\max_{(\alpha,\bar q,q)}\int_{\underline{\gamma}}^{\bar\gamma}\left\{\begin{array}{c}\alpha(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[(\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma))V(q(\gamma,\theta))-C(q(\gamma,\theta))-k]\mathrm{d}\hat G(\theta|\gamma)+\\ [1-\alpha(\gamma)](\gamma-h(\gamma))V(\bar q(\gamma))-C(\bar q(\gamma))\end{array}\right\}\mathrm{d}F(\gamma)\quad(19)$$

此时，$\psi(\gamma,\theta)\equiv\dfrac{\hat G_{\gamma}(\theta|\gamma)}{\hat g(\theta|\gamma)}$不再等于$-1$。求解该情形下的最优合约遵循与相互独立情形时同样的步骤。

第一步，先对(ρr)进行逐点优化。可得：

$$\alpha^{SB}(\gamma)=\begin{cases}1,\gamma\in\Gamma' & q^{SB}(\gamma,\theta)=argmax_{q}(\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma))V(q)-C(q),\gamma\in\Gamma'\\ 0,\gamma\in\Gamma/\Gamma' & \bar q^{SB}(\gamma)=argmax_{q}(\gamma-h(\gamma))V(q)-C(q),\gamma\in\Gamma/\Gamma'\end{cases}$$

其中：

$$\Gamma'\equiv\{\gamma\in\Gamma|\bar Z(\bar\gamma)>k\}$$

$$\begin{aligned}\bar Z(\gamma)\equiv&\left[\begin{array}{c}\int_{-\infty}^{+\infty}[(\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma))V(q^{SB}(\gamma,\theta))-C(q^{SB}(\gamma,\theta))]\mathrm{d}\hat G(\theta|\gamma)+\\(\gamma-h(\gamma))V(\bar q^{SB}(\gamma))-C(\bar q^{SB}(\gamma))\end{array}\right]\\=&\mathrm{E}(M(\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma))|\gamma)-M(\theta-h(\gamma))\end{aligned}$$

$$M(x)\equiv\max_{x\geqslant 0}[xV(x)-C(x)]$$

假设$\bar Z'(\gamma)<0,\bar Z(\bar\gamma)<k<\bar Z(\underline{\gamma})$可得：存在唯一的$\gamma^{***}\in(\underline{\gamma},\bar\gamma)$使$\bar Z(\gamma^{***})=0,\Gamma'=[\underline{\gamma},\gamma^{***})$。

第二步，验证问题(ρr)的解也是问题(P')的解。本文需要验证命题 4 给出的配置满足激励相容

条件 IC_1。也就是验证 $\Delta=U(\gamma)-\widetilde{U}(\hat{\gamma},\gamma)\geqslant 0,\forall\gamma,\hat{\gamma}$分以下四种情况讨论：

情形1：$\gamma,\hat{\gamma}\in(\gamma^{***},\bar{\gamma}],\alpha^{SB}(\gamma)=\alpha^{SB}(\gamma)=0,\Delta=\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}[V(\bar{q}^{SB}(\gamma))-V(\bar{q}^{SB}(\gamma))]d\gamma$。因为$\bar{q}^{SB}(\gamma)$关于$\gamma$严格单调递增，$V'(\cdot)>0$，所以 $\Delta>0$。

情形2：$\gamma,\hat{\gamma}\in[\underline{\gamma},\gamma^{***}],\alpha^{SB}(\gamma)=\alpha^{SB}(\hat{\gamma})=1,\Delta=-\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}\{E[V(q^{SB}(\gamma,\theta))-V(q^{SB}(\hat{\gamma},\theta))]\psi(\gamma,\theta)\}d\gamma$。由一阶条件$(\gamma+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma))V'(q^{SB}(\gamma,\theta))-C'(q^{SB}(\gamma,\theta))=0$，对等式两边关于$\gamma$求导可得：

$$\frac{\partial q^{SB}(\gamma,\theta)}{\partial\gamma}=-\frac{(\frac{\partial\psi(\gamma,\theta)}{\partial\gamma}h(\gamma)+\psi(\gamma,\theta)h'(\gamma))V'(q^{SB}(\gamma,\theta))}{(\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma))V''(q^{SB}(\gamma,\theta))-C''(q^{SB}(\gamma,\theta))} \tag{20}$$

因为 $h(\gamma)\geqslant 0,\psi(\gamma,\theta)<0,h'(\gamma)<0$，以及关于 $V(\cdot)$和 $C(\cdot)$的假设，若$\frac{\partial q^{SB}(\gamma,\theta)}{\partial\gamma}>0$，则要求$\frac{\partial\psi(\gamma,\theta)}{\partial\gamma}\geqslant 0$，假设该不等式成立，可得 $V(q^{SB}(\gamma,\theta))-V(q^{SB}(\hat{\gamma},\theta))>0$，$E[V(q^{SB}(\gamma,\theta))-V(q^{SB}(\hat{\gamma},\theta))\psi(\gamma,\theta)|\gamma]<0$，所以 $\Delta>0$，可用同样的方法证明 $\gamma<\hat{\gamma}$时，$\Delta>0$。

情形3：$\gamma\in[\underline{\gamma},\gamma^{***}],\hat{\gamma}\in(\gamma^{***},\bar{\gamma}],\alpha^{SB}(\gamma)=1,\alpha^{SB}(\hat{\gamma})=0,\Delta=-\int_{\hat{\gamma}}^{\gamma}\{V(\bar{q}^{SB}(\hat{\gamma}))+E[V(q^{SB}(\gamma,\theta))\psi(\gamma,\theta)|\gamma]\}d\gamma$。

利用一阶条件同样可求得：

$$\frac{\partial q^{SB}(\gamma,\theta)}{\partial\theta}=-\frac{(1+\frac{\partial\psi(\gamma,\theta)}{\partial\theta}h(\gamma))V'(q^{SB}(\gamma,\theta))}{(\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma))V''(q^{SB}(\gamma,\theta))-C''(q^{SB}(\gamma,\theta))} \tag{21}$$

其中，$\frac{\partial q^{SB}(\gamma,\theta)}{\partial\theta}>0$ 要求$\frac{\partial\psi(\gamma,\theta)}{\partial\theta}>-\frac{1}{h(\gamma)}$。假设$\frac{\partial\psi(\gamma,\theta)}{\partial\theta}\geqslant 0$，则 $V(q^{SB}(\gamma,\theta))$为关于θ的增函数，且有：$Cov[V(q^{SB}(\gamma,\theta)),\psi(\gamma,\theta)|\gamma]\geqslant 0$。① 条件期望为：

$$E[\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma)|\gamma]=E(\theta|\gamma)+h(\gamma)E[\psi(\gamma,\theta)|\gamma]=\gamma+h(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\partial\hat{G}(\theta|\gamma)}{\partial\gamma}d\theta$$

$$=\gamma+h(\gamma)\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(\theta\hat{G}(\theta|\gamma)|_{-\infty}^{+\infty}-\int_{-\infty}^{+\infty}\theta d\hat{G}(\theta|\gamma)\right)=\gamma-h(\gamma)$$

引理1A已证明 $V(\bar{q}^{FB}(x))$是关于x的严格凹函数，令 $x=\gamma^{***}-h(\gamma^{***})$，由 $E[\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma)|\gamma]=\gamma-h(\gamma)$，可得：$E[V(q^{SB}(\gamma^{***},\theta))|\gamma^{***}]<V(\bar{q}^{SB}(\gamma^{***}))$，所以有 $E[V(q^{SB}(\gamma^{***},\theta))\psi(\gamma^{***},\theta)|\gamma^{***}]=-E[V(q^{SB}(\gamma^{***},\theta))|\gamma^{***}]+Cov[V(q^{SB}(\gamma^{***},\theta)),\psi(\gamma^{***},\theta)|\gamma^{***}]>-V(\bar{q}^{SB}(\gamma^{***}))$。

由假设 $V(q^{SB}(\gamma,\theta))\psi(\gamma,\theta)$关于$\theta$严格单调递增，类似于命题2的证明，可得$-E[V(q^{SB}(\gamma,\theta))\psi(\gamma,\theta)|\gamma]<-E[V(q^{SB}(\gamma^{***},\theta))\psi(\gamma^{***},\theta)|\gamma]<-E[V(q^{SB}(\gamma^{***},\theta))\psi(\gamma^{***},\theta)|\gamma^{***}]<V(\bar{q}^{SB}(\gamma^{***}))<V(\bar{q}^{SB}(\hat{\gamma}))$，所以有：$V(\bar{q}^{SB}(\hat{\gamma}))+E[V(q^{SB}(\gamma,\theta))\psi(\gamma,\theta)|\gamma]>0$，可得：$\Delta>0$。

情形4：$\hat{\gamma}\in[\underline{\gamma},\gamma^{***}],\hat{\gamma}\in(\gamma^{***},\bar{\gamma}],\alpha^{SB}(\gamma)=0,\alpha^{SB}(\hat{\gamma})=1$，可使用和情形3相同的方法证明 $\Delta>0$。

第三步，确定支付 $t^{SB}(\gamma,\theta),\bar{t}^{SB}(\gamma)$，根据：

① 当 $\alpha'(X)\beta'(X)\geqslant 0$ 时，$Cov(\alpha(X),\beta(X))\geqslant 0$

$$U(\gamma)=\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}U'(\gamma)d\gamma=\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}\left[\begin{array}{c}\alpha^{SB}(s)\int_{-\infty}^{+\infty}[-\psi(s,\theta)]V(q^{SB}(s,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|s)+\\ [1-\alpha^{SB}(s)]V(\bar{q}^{SB}(s))\end{array}\right]\mathrm{d}s$$

$$=\left[\begin{array}{c}\alpha^{SB}(\gamma)\int_{-\infty}^{+\infty}[\theta V(q^{SB}(\gamma,\theta))-t^{SB}(\gamma,\theta)]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)+\\ [1-\alpha^{SB}(\gamma)][\gamma V(\bar{q}^{SB}(\gamma))-\bar{t}^{SB}(\gamma)]\end{array}\right] \tag{22}$$

利用相互独立情形下求解支付的方法,可求得 $t^{SB}(\gamma,\theta)$,$\bar{t}^{SB}(\gamma)$。

命题 4:不完全信息下,$\tilde{s}$ 和$\tilde{\gamma}$不相互独立时,若$\bar{Z}'(\gamma)<0$,$\forall\gamma$,$\bar{Z}(\bar{\gamma})<k<\bar{Z}(\underline{\gamma})$,$\partial\psi(\gamma,\theta)/\partial\gamma>0$,$\partial\psi(\gamma,\theta)/\partial\theta>0$,厂商按如下规则选择次优合约:①如 $\gamma<\gamma^{***}$,则厂商向消费者提供样品,$\alpha^{SB}(\gamma)=1$,消费量为:$q^{SB}(\gamma,\theta)\equiv\operatorname{argmax}_{x\geqslant 0}\{[\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma)]V(x)-C(x)\}$,消费者所做的支付 $t^{SB}(\gamma,\theta)$ 满足:$\int_{-\infty}^{+\infty}t^{SB}(\gamma,\theta)\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\theta V(q^{SB}(\gamma,\theta))+\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma}\psi(s,\theta)V(q^{SB}(s,\theta))\mathrm{d}s\right]\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)$。②如 $\gamma\geqslant\gamma^{***}$,则厂商不向消费者提供样品,$\alpha^{SB}(\gamma)=0$,消费量为:$\bar{q}^{SB}(\gamma)=\operatorname{argmax}_{x\geqslant 0}[(\gamma-h(\gamma))V(x)-C(x)]$,消费者所做的支付满足:$\bar{t}^{SB}(\gamma)=\gamma V(\bar{q}^{SB}(\gamma))+\int_{\underline{\gamma}}^{\gamma^{***}}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(\gamma,\theta)V(q^{SB}(\gamma,\theta))\mathrm{d}\hat{G}(\theta|\gamma)\mathrm{d}\gamma-\int_{\gamma^{***}}^{\gamma}V(\bar{q}^{SB}(s))\mathrm{d}s$,其中,$\gamma^{***}$ 由$\bar{Z}(\gamma)=k$ 给出。

$\psi(\gamma,\theta)$度量了先验类型$\tilde{\gamma}$中所包含的有关后验类型$\tilde{\theta}$的信息量(Baron and Besanko,1984)。$|\psi(\gamma,\theta)|$越接近于 0,$\tilde{\gamma}$对$\tilde{\theta}$的推断价值越小,反之则越大。假设$\partial\psi(\gamma,\theta)/\partial\gamma>0$ 表明:越高的事前类型所含的信息量越小(注意,$\psi(\gamma,\theta)<0$),所以厂商会向事前类型较低的消费者提供样品以使其准确了解自身的未来信息,这种信息由于准确性较高,对厂商的决策价值较大。命题 4 中的假设$\partial\psi(\gamma,\theta)/\partial\theta>0$ 保证了 $\theta+\psi(\gamma,\theta)h(\gamma)$随 θ 单调递增,该假设确保了试用样品消费者在二阶段的消费量随其真实类型单调非减,既引理 1 中的 IM 条件成立。

四、结论

过去关于体验品定价的文献均假设消费者具有单位需求, 本文研究了消费数量可变时垄断厂商最优的动态非线性价格合约, 并将搜寻品的静态非线性定价模型拓展为体验品的动态非线性定价。结构上,本文首先求解了当消费者偏好为完全信息时的最优合约。此时,存在唯一的临界值将消费者分为两类, 厂商对这两类消费者应采取不同的营销策略, 会向先验类型较低的消费者提供样品,而与先验类型较高的消费者直接交易。然后,考虑了不完全信息下垄断厂商的次优非线性定价合约。与完全信息情形类似,厂商根据临界值对消费者集加以划分。对事前类型较低的消费者,应提供样品,培育其品牌依赖;而对事前类型较高的消费者,应直接与之交易。进一步地,本文分析了不完全信息对非线性合约的扭曲效应。在不完全信息下试用样品消费者的门槛类型相较于完全信息情形的门槛类型上升了,因此,不完全信息下厂商应向更多的消费者提供样品。作为拓展,本文还考察了放松消费者事前类型与随机扰动之间相互独立性假设时的最优合约。

为了在标准框架下讨论体验商品的定价问题,本文施加了诸多假设,在实践中这些假设可能并不成立,相关部门实施监管或是厂商制定合约时须考虑这些因素。本文主要就以下三点做进一步讨论。

(1)本文假设存在限制厂商机会主义行为的外部约束,厂商不能提供与样品质量不一致的正

品。该约束源于厂商对自身声誉的考虑以及相关部门的监察。外部约束失效时厂商所生产正品的质量就可能会低于样品质量。厂商在制作样品时因为关乎到最终是否能够签约且样品数量较少,所以比较容易做到仔细认真。而一旦获得订单大规模批量生产时,客观上其对产品质量的控制不如生产少量样品时容易,主观上也可能偷工减料。因此,客户会出于顾虑而压低报价,这又进一步加剧了厂商采取道德风险行为的动机。长此以往体验品市场将会像经典的"柠檬市场"那样发生退化——留在市场上的都是更倾向于采取道德风险行为的厂商,从而产生量少质低的均衡结果。所以保障声誉机制以及有效监管对于建立一个良性的体验品市场至关重要。

(2)本文假设厂商提供的样品量相较于消费者最终消费量十分有限,而对于一些不可分的大件商品该假设不再成立,此时厂商提供样品的成本可能会超过本文假设 4 限定的范围。典型的例子是大型设备市场。一方面,设备供应商在提供产品试用时要承担设备折旧以及损坏风险而产生巨大的成本,免费试用不再可行。另一方面,因为大型设备的复杂性,客户没有真正使用过一段时间很难完全掌握其真实性能。而因其昂贵的价格,客户购买过之后一旦发现不合适,同样损失巨大。合理的解决方案是厂商向客户收取试用费用。如果费用收得过低则无法弥补成本,收得过高则会失去交易机会,所以厂商须在制定合约的同时考虑最优试用费的收取问题。

(3)本文假设消费者可以通过试用样品完全知晓体验商品的全部信息,进而获知自身对该商品的真实偏好。而实践中消费者并不能在较短时间内了解一些体验商品的特性,消费者获取商品信息是一个长期的过程。比如复杂的电脑软件,即使试用成本对于厂商来说微不足道,软件企业一般也不愿意为客户提供复杂软件的试用机会。这是因为客户可能会由于短时间未能掌握该软件的详细使用方法而产生产品质量不好的错误印象, 所以客户能否在试用中获取产品的真实信息也是厂商向客户提供样品试用时需要考虑的问题。

〔参考文献〕

〔1〕Athey, S., and I. Segal. An Efficient Dynamic Mechanism[J]. Econometrica, 2013,81(6):2463-2485.

〔2〕Baron, D., and D. Besanko. Regulation and Information in a Continuing Relationship [J]. Information Economics and Policy, 1984,(1):267-302.

〔3〕Battaglini, M. Long-Term Contracting with Markov Consumers[J]. American Economic Review, 2005,95(3):637-658.

〔4〕Bergemann, D., and J. Välimäki. Dynamic Pricing of New Experience Goods [J]. Journal of Political Economy, 2006,114(4):713-743.

〔5〕Bergemann, D., and A. Pavan. Introduction to Symposium on Dynamic Contracts and Mechanism Design[J]. Journal of Economic Theory, 2015,(159):679-701.

〔6〕Boleslavsky. R., and M. Said. Progressive Screening: Long-Term Contracting with a Privately Known Stochastic Process[J]. Review of Economic Studies, 2013,80(1):1-34.

〔7〕Che, Y. K. Customer Return Policies for Experience Goods [J]. Journal of Industrial Economics, 1996,44(1):17-24.

〔8〕Courty, P., and H. Li. Sequential Screening[J]. Review of Economic Studies, 2000,67(4):697-717.

〔9〕Crémer, J. On the Economics of Repeat Buying[J]. The RAND Journal of Economics, 1984,15(13):396-403.

〔10〕Dai, C., T. R. Lewis, and G. Lopomo. Delegating Management to Experts [J]. RAND Journal of Economics, 2006,(37):503-520.

〔11〕Darby, M., and E. Karni. Free Competition and the Optimal Amount of Fraud [J]. Journal of Law and Economics, 1973,16(1):67-88.

〔12〕Esö, P., and B. Szentes. Optimal Information Disclosure in Auctions and the Handicap Auctions [J]. Review of Economic Studies, 2007a,46(3):1397-1411.

〔13〕Esö, P., and B. Szentes. The Price of Advice[J]. Rand Journal of Economics, 2007b,38(2):863-880.

〔14〕Grossman, J., R. E. Kihlstrom, and L. A. Mirman. Bayesian Approach to the Production of Information and Learning by Doing[J]. The Review of Economic Studies, 1977,44(3):533-547.

〔15〕Krähmer, D. and R. Strausz. Optimal Procurement Contracts with Pre-Project Planning [J]. The Review of Economic Studies, 2011,78(3):1015-1041.

〔16〕Liebeskind, J., and P. Rumelt. Markets for Experience Goods with Performance Uncertainty [J]. The RAND Journal of Economics, 1989,20(4):601-621.

〔17〕Maskin, E. S., and J. Riley. Monopoly with Incomplete Information [J]. Rand Journal of Economics, 1984,(15):171-196.

〔18〕Miao, J., and Y. Zhang. A Duality Approach to Continuous-time Contracting Problems with Limited Commitment[J]. Journal of Economic Theory, 2015,(159):929-988.

〔19〕Mussa, R., and S. Rosen. Monopoly and Product Quality[J]. Journal of Economic Theory, 1978,(18):301-317.

〔20〕Myerson, R. Multistage Games with Communication[J]. Econometrica, 1986,54(2):323-358.

〔21〕Nelson, P. Information and Consumer Behavior[J]. Journal of Political Economy, 1970,(78):311-329.

〔22〕Pavan, A., I. Segal, and J. Toikka. Dynamic Mechanism Design: A Myersonian Approach [J]. Econometrica, 2014,82(2):601-653.

〔23〕Shapiro, C. Optimal Pricing of Experience Goods[J]. The Bell Journal of Economics, 1983,14(2):497-507.

Free Trial and Nonlinear Pricing of Experience Goods

MENG Da-wen, XIONG Yi-fan

(School of Economics SUFE, Shanghai, 200433, China)

Abstract: In a nonlinear pricing problem where the seller is uninformed about the preferences of consumers, he needs to design an incentive compatible contract menu to elicit truthful reports and optimizes his expected revenue. Experience good is a special kind of good. In contrast to search good, a consumer does not know exactly his own preference ex-ante. This information is revealed gradually to himself upon actual consumption,so the standard static screening model does not apply in nonlinear pricing of experience goods. In this paper, we adopt a dynamic contract model to analyze this issue. A sequential nonlinear pricing contract of experience good is presented in the present paper. Moreover, we discuss the distortion on contracts caused by asymmetric information. We find that in the complete information case, the firm will only provide samples to consumers whose type is lower than a critical value. This strategy may help the consumers gather information of their own preferences and enable the seller to obtain higher revenue in the future. In the second-best contract, a similar strategy is adopted by the seller except that the critical value is higher than that in the first-best case.

Key Words: experience goods; dynamic contract; non-linear pricing

JEL Classification: D42 D82 L11

〔责任编辑:覃毅〕